הנדסה לכיתה ד׳
מדריך למורה

כתבה
תלמה גביש

הקדמה

מורים יקרים,

השתדלתי ליצור בספר הלימוד מבנה גיאומטרי שלם, החל במושגי יסוד וכלה בחומר של תוכנית הלימודים הממלכתית. כך מתאפשרת חזרה מסודרת על הנושאים שכבר נלמדו תוך הקישור לחומר של כיתה ד׳.
במדריך תמצאו הצעות למערכי שיעור וסיכום העקרונות המתמטיים שעליהם מבוסס ספר התלמיד.

מאחלת לכם הרבה הנאה והצלחה,

תלמה גביש

תוכן עניינים

המטרות של הוראת הגיאומטריה

- יצירת מודעות להימצאותן של צורות, לדוגמה: חיפוש צורות בסביבה היומיומית; גילוי זוויות ישרות, חדות וקהות בחדר הכיתה.
- הקניית מושגים; לדוגמה: שמות של צורות: ריבוע, מרובע, משולש, קובייה, תיבה;
- הקניית דרכים לכימות, כמו מדידת שטחים והיקפים; לדוגמה: יחידות אורך, יחידות שטח, יחידות נפח, חישובי אורכים שטחים ונפחים;
- ביסוס הנמקות לוגיות; לדוגמה: הבחנה בין מקרה פרטי לכללי, בניית סידרה של צורות הנדסיות על סמך החוקיות של צורות נתונות;
- הבאה לתיאום בין תפיסה, מוטוריקה וקוגניציה; לדוגמה: בניות באמצעות סרגל ומשולש ישר זווית; זיהוי סוגי משולשים ומיונם לפי זוויות ולפי צלעות;
- יצירת סדר בעולם הפיזי; לדוגמה: הכרת תכונות של צורות כמו סימטריה, זוויות בסיס, צלעות מקבילות, צלעות שוות אורך;
- יצירת שפה מתמטית מדויקת המקשרת את זיהוי הצורות במציאות לחוקיות שהן יוצרות ולחוקיות נוספת שאפשר ליצור באמצעותן ועל סמך החוקיות שלהן. לדוגמה: שימוש בהגדרה ובמשמעויות שלה: הגדרת הריבוע כמעוין ישר זווית, או כמלבן שווה צלעות;

היכרות ושליטה בכתיב מוסכם במתמטיקה לסימון ישרים, קטעים, זוויות וצורות;

- פיתוח יכולתו של הלומד להתמצא במרחב שמתארגן באמצעות צורות. מרחב אמורפי חסר חוקיות, הופך למרחב מאורגן ובעל משמעות. נוצר קשר בין התפיסה החושית של המרחב למערך הקוגניטיבי. לדוגמה: ריבוע נשאר ריבוע גם אם הוא נטוי על קדקודו; עבודה עם גופים החל בגיל צעיר מפתחת את תחושת המרחב ומה שיש בו;
- יצירת בסיס למעבר הדרגתי מהמוחשי למופשט: מפעולות על אובייקטים, הכרת היחסים ביניהם ובניית יחסים חדשים, אל הגיאומטריה הפורמלית, המתבססת על אקסיומטיקה ותהליכים דדוקטיביים; לדוגמה: בשלב המוחשי עוסקים בסרטוט, בגזירה ובקיפול. בשלב המופשט מוכיחים חפיפה או דמיון; כדי לבנות בסיס לתהליך הזה נדרש הלומד לכתיב הפורמלי שאנו מתחילים להקנותו בכיתה ד׳.
- בנוסף לתרומת ההנדסה להבנת העולם הפיזי היא תורמת גם להבנה ולשליטה בחיי היומיום; לדוגמה: הבנת קיבולת של מכלים, חישוב שטח של דירה.
- הכרת מבנה לוגי שבנוי על: מושגי יסוד, הגדרות, שיום, סימון, יחידות מידה, חישובים.
  לדוגמה: להביא למודעות על מציאות מושגי יסוד, כמו נקודה וישר לעומת הגדרות, כמו מקבילות.
- יצירת לומד עצמאי המסוגל באמצעות הידע וההבנה שרכש להיעזר במקורות מידע נוספים.
  לדוגמה: הפניית מתעניינים לאינטרנט ולאתר ויקיפדיה, ויצירת מודעות למקורות אלה להרחבת הידע.

שלבים בהוראת הגיאומטריה

שלב ראשון:

זיהוי, שבו נוצרת מודעות ראשונית לעצם קיומן של צורות בעולמנו.

הזיהוי משולב ב**שיום** גם לצורך הפנמה וגם לצורך תקשורת.

זהו שלב שבו מפתחים **תפיסה של צורות**. התלמיד מבחין במלבנים, במשולשים ובצורות אחרות המצויות בסביבתו. הוא מודע לעובדה שהלוח הוא מרובע ויש בו ישרים מקבילים זה לזה וזוויות ישרות וכו׳.

הוא **מודע** לעצם הקיום של יישויות גיאומטריות.

שלב שני:

התלמיד **פועל** עם הצורות. הוא מסרטט ישרים, משולשים, מרובעים ועוד.

שלב שלישי:

התלמיד **חוקר** את תכונות הצורות ומנסה למצוא את החוקיות הגיאומטרית שלהן. הוא מפעיל חשיבה אינדוקטיבית, ממנה הוא מקיש על תופעות כלליות.

שלב רביעי:

השלב הפורמלי של ההוכחות הגיאומטריות המבוססות על הלוגיקה ועל חוקי היקש מוגדרים ומופשטים.

מהוראת המשולשים לפי שלבים אלה עד לחוקי הגיאומטריה המבוססים על אקסיומטיקה התלמיד עובר מחשיבה אינטואיטיבית לחשיבה אינדוקטיבית ולבסוף הוא מגיע לחשיבה דדוקטיבית.

דוגמה לשלבים אלה מלימוד המשולשים:

שלב ראשון: שלב הזיהוי, התלמיד אומר: ״זהו משולש״. זהו שלב של תפיסה חושית המלווה בשיום.

שלב שני: השלב בו התלמיד מזהה חלקים של המשולש, ״למשולש זה יש זווית ישרה״.

שלב שלישי: מיון משולשים לפי זוויות וצלעות. שלב זה מבוסס על קודמיו.

שלב רביעי: הוכחות פורמליות של התכונות הגיאומטריות.

בכל השלבים גם יחד הלומד מפעיל תהליכי חשיבה רבים, כמו: אנליזה, סינתזה, השוואה, מיון, חשיבה טרנסיטיבית, הקשים, ניתוח מערכות יחסים, הסקת מסקנות ועוד.

מבחינה זו תרומתה של הגיאומטריה לפיתוח החשיבה רבה מאוד.

בתהליך המתפתח הזה של הלמידה מתעורר קושי לוגי במעבר מ״חקר״ אל הסקת מסקנות כוללות.

חשוב מאד שאותו מורה ילמד גם הנדסה וגם חשבון באותה כיתה, כדי שיוכל להצביע על הקשר בין החשבון להנדסה, למשל, הקבצה בחיבור ופריטה בחיסור.

פרק 1 – מושגי יסוד

הגדרות, יחידות מידה, חישובים וכתיב מתמטי

הספר פותח בחזרות על חומר שאמור היה להילמד בעבר. כל מורה יוכל להחליט מה מתוכו יילמד, בהתאם לצורכי תלמידיו. אם התלמידים שולטים בחומר, מומלץ מאוד, לתת אותו כעבודה עצמית כדי להבטיח רצף לימודי. אם התלמידים אינם שולטים בחומר, מומלץ מאוד להעמיק את החזרה ולהבטיח שליטה מלאה בו.

מטרת החזרות להבטיח שליטה מלאה במושגים ובכתיב המתמטי ההכרחיים להבנת החומר החדש. לדוגמה: הרחבה ותרגול של יחידות אורך, כהכנה ליחידות שטח ונפח.

מומלץ לנצל את תחילת השנה לביסוס חומר קודם, להפעלה של התלמידים ולהנאה מחווייה של שעשוע (ציור חופשי) שמזמנים חומרים הנדסיים.

החזרות בספר מציעות הבהרות שמטרתן לאפשר הבנה טובה יותר של החומר ההנדסי, כמו ההסבר המורחב על מד-הזווית.

הצעה למערך: יחידות מידה של אורך, מושגי יסוד: נקודה, ישר, יחידות

מ: קִרְאוּ בעמוד 5 בספר על נקודות, ישרים, קרניים וקטעים.
הסבירו מהו: מושג יסודי

ת: מושג יסודי הוא מושג שאנחנו יודעים מהו הדבר, אבל לא יודעים איך להגדיר אותו, למשל, קו ישר.

מ: נכון. אילו מושגי יסוד מזכירים בעמוד?

ת: נקודה וישר.

מ: פִּתְחוּ את מחברת ההנדסה בעמוד השער (מחברת ההנדסה היא מחברת משבצות נפרדת ממחברת חשבון). חַלְּקוּ את הדף לשלושה חלקים כרצונכם.
בחלק אחד ציירו ציור כלשהו שיהיה מורכב רק מנקודות. בחלק שני ציירו ציור שיהיה מורכב מנקודות וישרים.
בחלק שלישי ציירו ציור עם קרניים ועם קטעים.
השתמשו בצבעי עיפרון, כדי שאפשר יהיה להבחין במרכיבי הציור וכדי שהצבעים לא יעברו לצדו השני של הדף, כפי שקורה בציור בטושים.
לסרטוט הישרים השתמשו בסרגל. החזיקו אותו ביד אחת יציבה, וביד השנייה סרטטו את הישרים.
זִכְרוּ שההנדסה עוסקת בצורות לכן נשתדל שמחברת ההנדסה תהיה המחברת היפה ביותר שלנו.
במה עוסק עמוד 6?

ת: בהגדרת הקרן והקטע.

מ: אחרי שהבנו שהנדסה עוסקת בראש ובראשונה בנקודות ובישרים, וראינו שגם מהם אפשר לצייר ציורים יפים. הגענו לקטעים. מה ההבדל בין קטע לבין ישר וקרן?

ת: הישר והקרן הם אינסופיים. אי אפשר למדוד אותם. לקטע יש אורך נתון אז אפשר למדוד אותו.

יחידות מידה של אורך, חיבור וחיסור ביחידות מעורבות

מ: נעבור לעמוד 7. במה הוא עוסק?

ת: באורך. במדידה של אורך. כבר למדנו את זה.

מ: נכון, נחזור על מה שלמדנו. מה עלינו לעשות כדי שנמדוד את הקטעים ונדע בדיוק מה אורכם?

ת: לקבוע יחידות מידה.

מ: איך קובעים יחידות מידה של אורך?

ת: קובעים שאורך קטע מסוים יהיה יחידת המדידה.

מ: למה צריכים יחידות מידה?

ת: אם נרצה לדעת מה הגודל של משהו, אז מודדים אותו וכולם יודעים מה גודלו. למשל, אם אני רוצה לקנות שולחן כתיבה בשבילי אני מודד את גודלו ורואה אם הוא מתאים לי.

מ: נכון מאוד. יחידות המידה עוזרות לנו להבין אחד את השני. לזה קוראים **תקשורת**. הן עוזרות לתקשורת בינינו.
אילו יחידות אורך אתם מכירים?

ת: מטר, ס"מ, דצ"מ, מ"מ, ק"מ.

מ: נראה אם אתם זוכרים. כמה ס"מ יש ב-3 דצ"מ? כמה מטרים יש ב-7 ק"מ? כמה ס"מ יש בשמונה וחצי דצ"מ? כמה מ"מ יש בדצ"מ? כמה ס"מ יש ב-9 מ'? אני רואה שאתם זוכרים הכל.
קִרְאוּ את העמודים: 7-8. השלימו את הטבלות ובצעו את המשימות שבעמודים אלה.
המורה עובר בין התלמידים בודק אם מדידת הקטעים תקינה ואם השלמת הטבלות בסדר.
קראו את הכתוב בעמודים 9-10. זהו חומר שאתם מכירים. מי יכול לסכם אותו?

ת: בעמודים האלה מסבירים מה הן היחידות שעליהן דיברנו.

מ: אני מבקש שתחזיקו 2 אצבעות שלכם במרחק של ס"מ אחד זו מזו. לא חייבים ממש לדייק.

מ: עכשיו החזיקו את האצבעות במרחק של דצימטר אחד זו מזו.

אני מבקשת שתחזיקו את הידיים שלכם במרחק של מטר אחד זו מזו.

נסו להעריך מה אורך הכיתה במטרים.

העריכו מה אורך המסדרון.

נצא לחצר, נקיף אותה ונעריך בערך מה היקפה.

העריכו את המרחק מביתכם לבית הספר. השלימו את הנדרש בעמודים 9–11. נקרא יחד את השורה הבאה: "כדי לבטא אורך ביחידות קטנות במקום יחידות גדלות מבצעים פעולת **פריטה**". אשאל שאלה קשה, אבל חשובה. איפה כבר עשינו פעולה כזאת?

ת: בחיסור.

מ: פרטו?

ת: למשל בתרגיל = 8 – 375, לא יכולנו לחסר 8 מה-5, אז פרטנו עשרת אחת מ-7 העשרות. במקום העשרת האחת שלקחנו מ-7 העשרות יש לנו 10 אחדות. כל אחדה קטנה מעשרת פי 10, אבל לקחנו פי 10 יותר אחדות מהעשרת האחת, אז נשארנו עם אותו מספר. לא שינינו דבר. עכשיו נחבר את 10 האחדות ל-5 האחדות ונקבל 15 אחדות שמהן אפשר לחסר 8 אחדות. במקום של ספרת העשרות יש לנו עכשיו 6 עשרות והתשובה של התרגיל תהיה: 367.

מ: יופי של הסבר. כאשר פרטנו בחיסור מספרים שלמים פרטנו יחידה גדולה (עשרת) ל-10 יחידות קטנות (אחדות). נקרא עכשיו את השורה הזו: "כדי לבטא אורך ביחידות גדולות במקום ביחידות קטנות מבצעים פעולת **הקבצה**". מתי כבר השתמשנו בדרך פעולה זו?

ת: (מתקדם) בחיבור.

מ: פרטו

ת: למשל בתרגיל = 9 + 57

נחבר את 7 ו-9 ונקבל 16, שהם 6 אחדות בודדות ועשרת אחת. במקום 10 אחדות נרשום עשרת אחת. עשרת אחת גדולה פי 10 מאחדה, אבל במקום 10 אחדות בודדות נרשום רק עשרת אחת.

פחות חלקים אבל כל חלק יותר גדול.

מ: יחידות המידה שאנחנו משתמשים בהן הן עשרוניות, אבל יש גם יחידות אחרות. מי שרוצה יוכל להכיר חלק מהן באינטרנט. לקראת השיעור הבא, התחלקו לקבוצות ומדדו את ההיקף של חצר בית הספר, וחשבו כמה פעמים עלינו להקיף את חצר בית הספר כדי לצעוד 1 ק"מ.

העקרונות המתמטיים המהווים בסיס לעמודים 13-7 בספר התלמיד

פרק ראשון: יחידות אורך

עמודים 13-7 בספר התלמיד

המעבר מיחידות אורך גדולות ליחידות אורך קטנות ולהיפך הוא למעשה פעולה מוכרת לנו במספרים שלמים ובשברים פשוטים: פעולת **המרה**.

פעולת המרה של יחידות קטנות ליחידות גדולות יותר נקראת **הקבצה**.

פעולת המרה של יחידות גדולות ליחידות קטנות יותר נקראת **פריטה**.

דוגמה להקבצה בחיבור מספרים שלמים:

נתבונן בתרגיל:

$$\begin{array}{r} 56 \\ +\ \ \\ \underline{\ \ 7} \end{array}$$

כאשר מחברים 6 אחדות ל-7 אחדות מקבלים 13 אחדות.

מקבצים 10 אחדות בודדות לעשרת אחת, ומצרפים אותה ל-5 העשרות.

את פעולת הפריטה אנו מכירים מהחיסור.

דוגמה לפריטה במספרים שלמים:

$$\begin{array}{r} 45 \\ -\ \ \\ \underline{\ \ 7} \end{array}$$

אי אפשר לחסר 7 מ-5, לכן נוטלים עשרת אחת מארבע העשרות ופורטים אותה ל-10 אחדות בודדות, אותן אנו מצרפים ל-5 האחדות של המספר 45.

מ-15 נחסר 7 ונוסיף את 3 העשרות שנשארו.

פעולות הפריטה וההקבצה מוכרות לתלמיד.

גם בשברים פשוטים אנו נפגשים בשתי הפעולות האלה.

הפריטה נעשית בעת **הרחבת השבר**: מקבלים חלקים קטנים יותר שמספרם גדול יותר.

לדוגמה:

3/5 = 6/10

את החמישיות אנו פורטים לעשיריות. כל עשירית קטנה פי 2 מכל חמישית. כדי לשמור על השוויון נגדיל את **מספר** החלקים כך שיהיו פי 2 יותר עשיריות ממספר החמישיות.

הפעולה ההפוכה היא **צמצום**, שבה **מקבצים** חלקים קטנים לחלקים גדולים יותר.

לדוגמה:

6/10 = 3/5

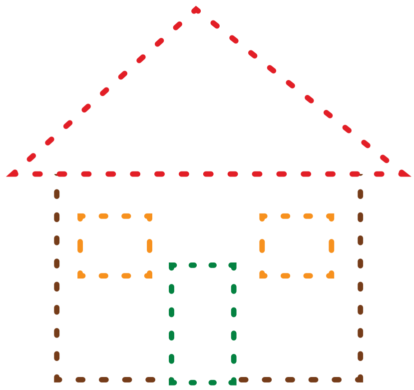
את העשיריות מקבצים לחמישיות, על ידי חילוק המכנה ב-2. כדי לשמור על השוויון נקטין פי 2 את **מספר** החלקים.

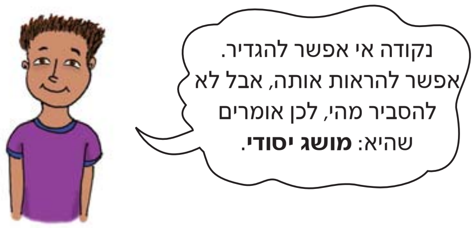
המעבר מיחידות גדולות ליחידות קטנות יותר נקרא **פריטה**:
היחידות קטנות יותר ובאותה מידה מספר היחידות גדל על ידי פעולת כפל.
לדוגמה:
7 מ׳ = 700 ס״מ
הס״מ קטן פי 100 מהמטר, לכן 700 יחידות כאלה שוות ל-7 מ׳.
כלומר עלינו לכפול את מספר המטרים הנתונים ב-100 כדי לבטא את האורך בס״מ. זוהי פעולת פריטה.
כאשר נתון לנו אורך של 700 ס״מ ואנחנו רוצים לבטא את האורך הזה במטרים, עלינו לחלק את ה-700 ב-100 ולקבל את מספר המטרים המבוקש.
700 ס״מ = 7 מ׳
המעבר מיחידות קטנות ליחידות גדולות נקרא **הקבצה**:
היחידות גדולות יותר ובאותה מידה **מספר** היחידות קטן על ידי פעולת חילוק.

הצעה להמחשה:
אפשר לפתח את הרעיון של פריטה והקבצה באמצעות כסף: להציג שטר של 100 שקל ולהראות שכאשר פורטים אותו מקבלים, כאחת האפשרויות, 10 מטבעות של 10 שקלים.
באותו אופן ניתן להציג את התהליך ההפוך: המרת 10 מטבעות של 10 שקלים לשטר של 100 שקלים.

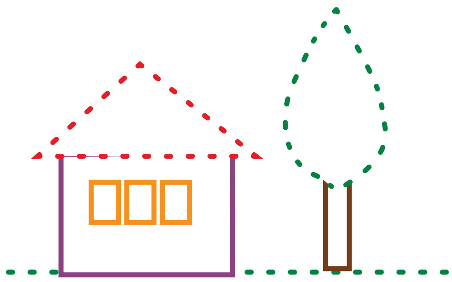
פרק 1: מושגי יסוד

1. הגדרות, יחידות מידה, חישובים וכתיב מתמטי





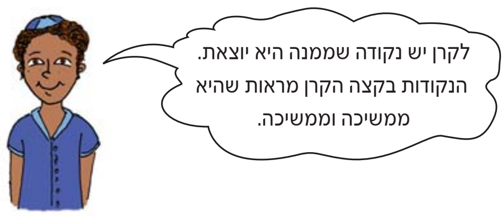
ציירו במחברות ציור שיהיה כולו מורכב רק מנקודות. כדי לצייר ציור צבעוני. השתמשו בצבעי עיפרון.



ציירו במחברות ציור שיהיה מורכב רק מנקודות וקווים ישרים.

הגדרת קרן

חלק הישר המוגבל מצדו האחד.



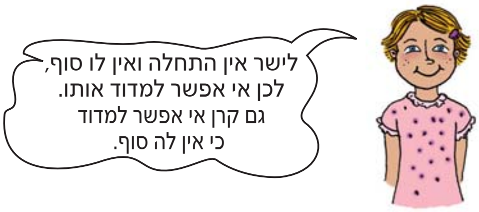
סרטטו נקודה ושִׁלְחוּ ממנה מספר קרניים. צבעו את הציור שציירתם.

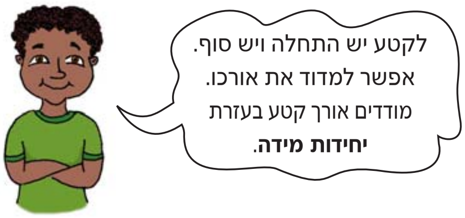
הגדרת קטע

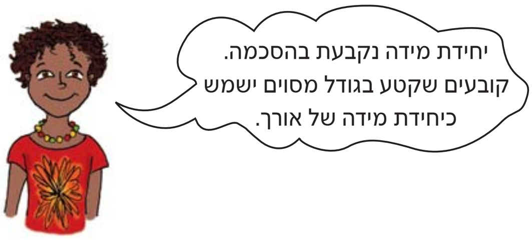
חלק של ישר המוגבל משני צדדיו.

ציירו במחברת ציור צבעוני שיהיה מורכב מנקודות, מקרניים ומקטעים.

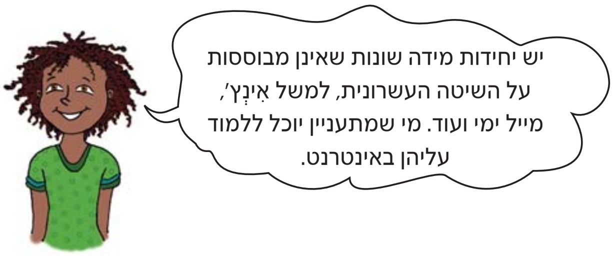
2. יחידות מידה של אורך







יחידות המידה של אורך, שאנו משתמשים בהן, מבוססות על השיטה העשרונית, כלומר הן מחולקות לעשרות, מאות, אלפים וכו'.



קראו את הערך "אינץ'" בויקיפדיה (האנציקלופדיה של האינטרנט), וענו על השאלות הבאות:

א. מהו אינץ'?
ב. היכן משתמשים ביחידה זו כיום?
ג. אלו שמות נוספים יש לאינץ'?

7

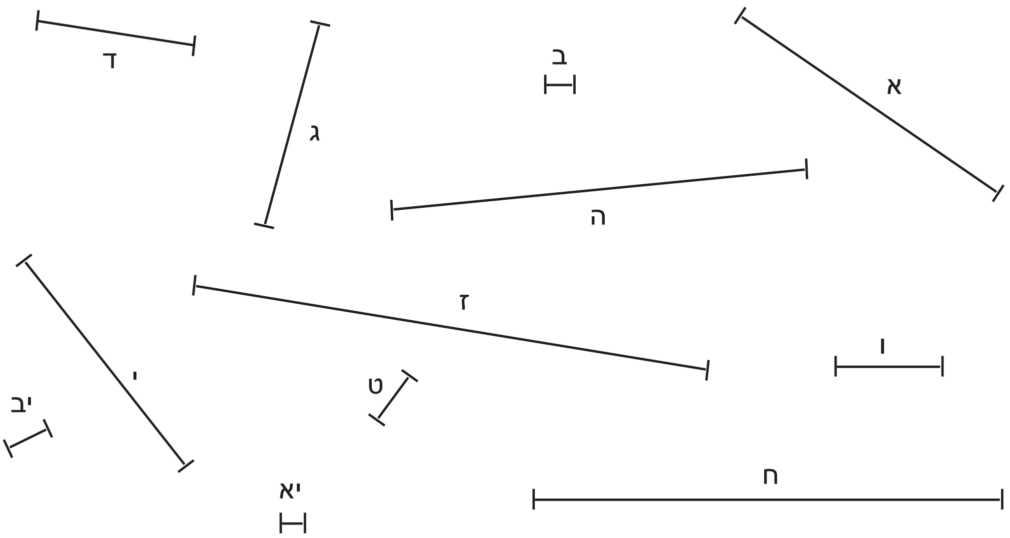
אנו מכירים את יחידות האורך הבאות:

מילימטר (מ"מ), סנטימטר (ס"מ), דצימטר (דצ"מ), מטר (מ') , קילומטר (ק"מ).

1. השלימו את הטבלה הבאה

העצם הנמדד	**אורך העצם**
אורך חדר הכיתה	
אורך הלוח של הכיתה	
אורך השולחן שבכיתה	
גובה כסא התלמיד בכיתה	
אורך קלסר	
רוחב קלסר	
אורך הקלמר שלי	
אורך ספר לימוד	
אורך עיפרון	
אורך המחק שלי	

2. מִדְדו בעזרת סרגל את אורכי הקטעים שלפניכם, ורִשְמוּ מעל כל קטע את אורכו.

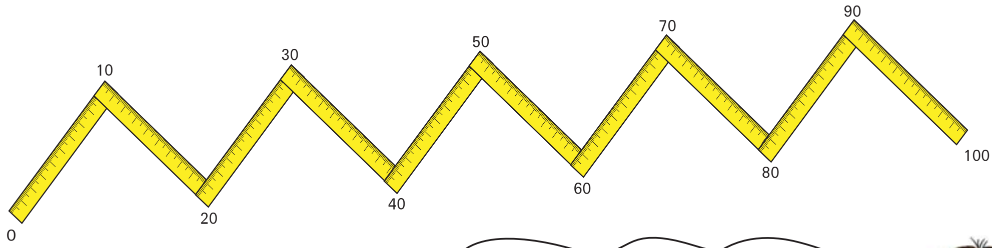


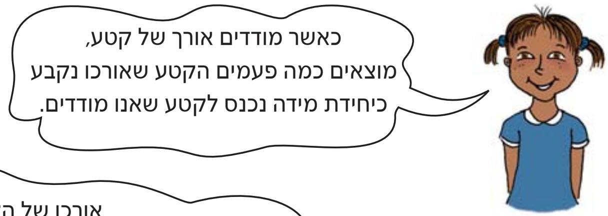
3. סרטטו במחברת קטעים באורכים הבאים:

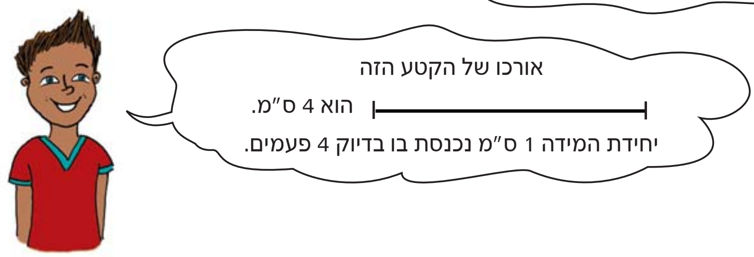
4 ס"מ, 8 מ"מ, 7 ס"מ, 7 מ"מ, 8 ס"מ, 4 מ"מ, 3 ס"מ, 1 דצ"מ, 9 מ"מ, $1\frac{1}{2}$ דצ"מ.

פריטה והקבצה של יחידות אורך

מטר



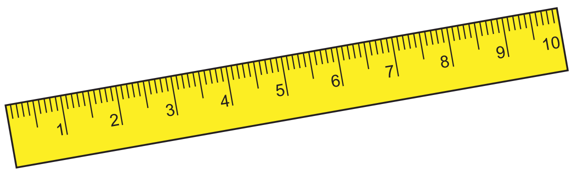




דצימטר

כאשר מחלקים מטר אחד ל-10 חלקים שווים, כל חלק נקרא: **דֶּצִימֶטֶר** (דצ"מ).

דצ"מ אחד הוא עשירית של מטר.



במטר יש 10 דצימטר.

אפשר לבטא אורך במטרים, **ו**אפשר להביע אותו בדצ"מ.

כאשר האורך נמדד במטרים **ו**רוצים לבטא אותו בדצ"מ, כופלים את מספר המטרים ב-10.

כך פורטים את המטרים לדצימטרים.

דוגמה: 4 מ' שווים ל-4 פעמים 10 דצ"מ כלומר, 4 מטר שווים ל-40 דצ"מ.

9

סנטימטר

כאשר מחלקים מטר אחד ל־100 חלקים שווים, שמו של כל חלק הוא **סֶנְטִימֶטֶר** (ס"מ).

סֶנְטִימֶטֶר (ס"מ) הוא מאית המטר.

השלימו

בדצימטר אחד יש __________ סנטימטר.

סנטימטר הוא עשירית של __________.

אפשר לבטא אורך בסנטימטרים, ואפשר לבטא אותו בדצימטרים.

כאשר אורך נמדד בדצימטרים ורוצים לבטא אותו בסנטימטרים, כופלים את מספר הדצימטרים ב־10.

כך פורטים את הדצימטרים לסנטימטרים.

דוגמה: 4 דצ"מ שווים ל־40 סנטימטרים.

כאשר אורך נמדד במטרים ורוצים לבטא אותו בס"מ, כופלים את מספר המטרים ב־100.

כך פורטים את המטרים לסנטימטרים.

דוגמה: 7 מטרים שווים ל־700 ס"מ.

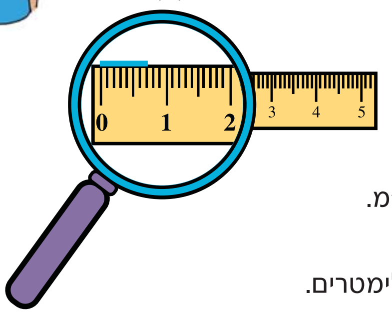
מילימטר

כאשר מחלקים מטר אחד ל־1,000 חלקים שווים, שמו של כל חלק הוא **מִילִימֶטֶר** (מ"מ).

במטר יש 1,000 מילימטר (מ"מ).

מילימטר הוא אלפית של מטר.

מילימטר הוא עשירית הסנטימטר.



אורך הקטע הכחול מעל הסרגל הוא 7 מ"מ.

אפשר לבטא אורך בסנטימטרים, ואפשר לבטא אותו במילימטרים.

כאשר אורך נמדד בסנטימטרים ורוצים לבטא אותו במילימטרים, כופלים את מספר הסנטימטרים ב־10.

דוגמה: 4 ס"מ שווים ל־40 מ"מ.

כאשר אורך נמדד בדצימטרים ורוצים לבטא אותו במילימטרים, כופלים את מספר הדצימטרים ב־ 100.

כך פורטים את הדצימטרים למילימטרים.

דוגמה: 5 דצ"מ שווים ל־500 מ"מ.

כאשר אורך נמדד במטרים ורוצים לבטא אותו במילימטרים, כופלים את מספר המטרים ב–1,000.

9 מ' הם 1,000 פעמים 9 מ"מ שהם 9,000 מ"מ.

דוגמה: 9 מטר שווים ל–9,000 מ"מ.

קילומטר

מרחקים גדולים נמדדים בקילומטרים.

קילומטר = 1,000 מטר.

כאשר רוצים לבטא 8 ק"מ במטרים, כופלים את 8 ב–1,000

8,000 מ' = 8 x 1,000 ק"מ.

כדי לבטא אורך ביחידות גדולות במקום ביחידות קטנות מבצעים פעולת **הקבצה**.

למשל, כדי לבטא 600 ס"מ במטרים, נחלק את 600 ב–100.

6 מ' = 100 : 600 ס"מ

כדי לבטא אורך ביחידות קטנות במקום יחידות גדולות מבצעים פעולת **פריטה**.

השלימו את הטבלה הבאה לפי הדוגמה בשורה הראשונה.

מטר	דצימטר	סנטימטר	מילימטר
7 מטר	70 דצימטר	700 ס"מ	7,000 מ"מ
			5,000 מ"מ
		800 ס"מ	
	40 דצ"מ		
12 מ'			
35 מ'			
	420 דצ"מ		
		1,000 ס"מ	
			20,000 מ"מ
93 מ'			

מערך לשיעור 2: יחידות מידה של אורך, חיבור וחיסור ביחידות מעורבות

מ: מה אורך ההיקף של החצר? כמה פעמים נצטרך להקיף את החצר כדי ללכת קילומטר אחד?

נצא החוצה ונלך סביב החצר ק״מ אחד.

הכיתה חוזרת לאחר שחוותה את האורך של ק״מ.

מ: בעמוד 12 מסופר על מיכאל. קִרְאוּ את הכתוב וענו על השאלה.

ת: מיכאל עבר 21 ק״מ עליו ללכת עוד 14 ק״מ כדי להגיע ליישוב ב׳. חיסרתי 21 ק״מ מ-35 ק״מ.

מ: אחרי שנקבעו יחידות המידה אפשר לערוך איתם חישובים.

בבעיה של מיכאל ביצעתם פעולת חיסור. בעמודים אלה תפתרו תרגילי חיבור וחיסור וגם בעיות לפתרון. קִרְאוּ את ההנחיות ופתרו את כל התרגילים והבעיות.

אני עוברת ביניכם ובודקת אם הכל מובן.

פתרו את עמודים 12 ו-13.

יש לקרוא את התשובות ולעבור בין התלמידים ולוודא שהחישובים נרשמו כנדרש.

מה מחדש לנו עמוד 14?

ת: מלמדים אותנו איך לסמן נקודות, ישרים וקטעים.

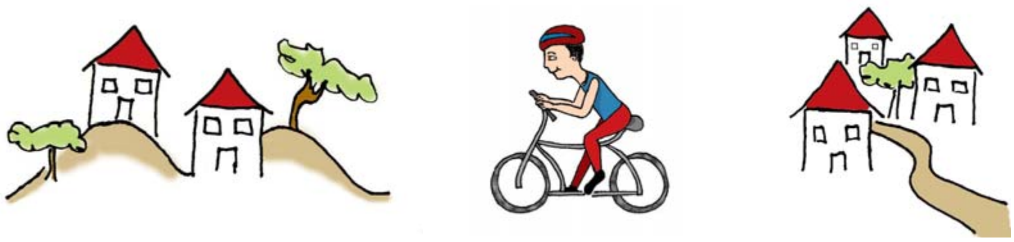
מ: למה זה חשוב?

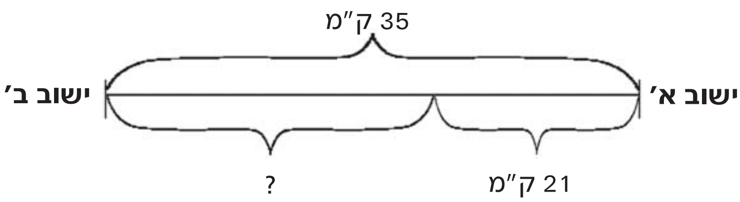
ת: כדי שנדע על מה אנחנו מדברים.

מ: נכון, זה לצורך תקשורת, כלומר, לקשר של הבנה. יש כללי כתיבה אוניברסליים, כלומר, כלל עולמיים. זה כמו כתיב נכון בעברית. מי שכותב נכון מבינים אותו. סיימו את עמוד 14.

פתרו.

1. צאו לחצר בית הספר וּמִדְדוּ את היקפה. חַשְּׁבוּ כמה פעמים עליכם להקיף את החצר כדי לעבור מרחק של קילומטר אחד. עִבְרוּ את המרחק הזה בהליכה.
2. מיכאל רכב על אופניו מיישוב א׳ ליישוב ב׳. המרחק בין היישובים הוא 35 ק״מ. מיכאל עבר 21 ק״מ מהמסלול. כמה ק״מ נוספים עליו לרכוב כדי להגיע ליישוב ב׳?





חישובים של יחידות אורך

פִּתְרוּ את התרגילים הבאים. רִשְׁמוּ את התשובות ביחידות מעורבות וביחידות אחידות לפי הדוגמה הבאה:

= 679 מ׳ 5 ק״מ + 812 מ׳ 8 ק״מ

= 679 מ׳ + 812 מ׳ + 13 ק״מ

= 1,491 מ׳ + 13 ק״מ

= 491 מ׳ + 14 ק״מ

התשובה ביחידות מעורבות: 491 מ׳ 14 ק״מ

התשובה ביחידות אחידות: 14,491 מ׳.

1. א. = 7 דצ"מ 45 מ' + 8 דצ"מ 72 מ'

5 דצ"מ 118 מ' = 15 דצ"מ + 117 מ' = 7 דצ"מ 45 מ' + 8 דצ"מ 72 מ'

ב. = 4 ס"מ 5 דצ"מ + 5 ס"מ 9 דצ"מ

9 ס"מ 4 דצ"מ 1 מ' = 9 ס"מ 14 דצ"מ = 4 ס"מ 5 דצ"מ + 5 ס"מ 9 דצ"מ

ג. = 7 ס"מ 4 מ' + 98 ס"מ 8 מ'

5 ס"מ 13 מ' = 105 ס"מ 12 מ' = 7 ס"מ 4 מ' + 98 ס"מ 8 מ'

ד. = 8 ס"מ 7 דצ"מ + 9 ס"מ 8 דצ"מ

= 17 ס"מ 5 דצ"מ 1 מ' = 17 ס"מ + 15 דצ"מ = 8 ס"מ 7 דצ"מ + 9 ס"מ 8 דצ"מ

7 ס"מ 6 דצ"מ 1 מ'

ה. = 7 מ"מ 7 ס"מ + 6 מ"מ 10 ס"מ

3 מ"מ 18 ס"מ = 13 מ"מ 17 ס"מ = 7 מ"מ 7 ס"מ + 6 מ"מ 10 ס"מ

2. א. = 67 ס"מ 12 מ' – 43 ס"מ 30 מ'

= 67 ס"מ – 43 ס"מ 18 מ' = 67 ס"מ 12 מ' –43 ס"מ 30 מ'

76 ס"מ 17 מ' = 67 ס"מ – 143 ס"מ 17 מ'

ב. = 56 ס"מ 3 מ' – 56 ס"מ 21 מ'

18 מ' = 56 ס"מ 3 מ' – 56 ס"מ 21 מ'

ג. = 78 ס"מ 7 מ' – 34 ס"מ 8 מ'

= 78 ס"מ – 134 ס"מ = 78 ס"מ – 34 ס"מ 1 מ' = 78 ס"מ 7 מ' – 34 ס"מ 8 מ'

56 ס"מ

ד. = 96 ס"מ 8 מ' – 49 ס"מ 15 מ'

53 ס"מ 6 מ' = 96 ס"מ 8 מ' – 149 ס"מ 14 מ' = 96 ס"מ 8 מ' – 49 ס"מ 15 מ'

ה. = 5 ס"מ 10 מ' – 30 ס"מ 30 מ'

25 ס"מ 20 מ' = 5 ס"מ 10 מ' – 30 ס"מ 30 מ'

ו. = 70 ס"מ 50 מ' – 40 ס"מ 138 מ'

= 70 ס"מ 50 מ' – 140 ס"מ 137 מ' = 70 ס"מ 50 מ' – 40 ס"מ 138 מ'

70 ס"מ 87 מ'

ז. = 13 ס"מ 7 דצ"מ – 37 ס"מ 27 דצ"מ

24 ס"מ 2 מ' = 24 ס"מ 20 דצ"מ = 13 ס"מ 7 דצ"מ – 37 ס"מ 27 דצ"מ

ח. = 98 דצ"מ – 67 דצ"מ 79 מ'

9 דצ"מ 75 מ' = 98 דצ"מ – 107 דצ"מ 75 מ' = 98 דצ"מ – 67 דצ"מ 79 מ'

כדי להחסיר את הדצימטרים פרטנו בתרגיל זה 4 מטרים לדצימטרים.

ט. = 658 מ' – 23 ק"מ

342 מ' 22 ק"מ = 22342 מ' = 658 מ' – 23000 מ' = 658 מ' – 23 ק"מ

י. = 562 ק"מ – 49 ס"מ 790 ק"מ

49 ס"מ 228 ק"מ = 562 ק"מ – 49 ס"מ 790 ק"מ

א13

3. אורך המסלול של צעדת הגלבוע הוא 21 ק"מ וְ–870 מ'. בשעתיים הראשונות עברו הצועדים 7 ק"מ וְ– 870 מ'. כמה עוד עליהם לצעוד כדי לסיים את המסלול?

14 ק"מ = 870 מ' 7 ק"מ – 870 מ' 21 ק"מ

על הצועדים לצעוד עוד 14 ק"מ כדי לסיים את מסלול הצעדה.

4. קבוצת פועלים סללה ביום אחד כביש שאורכו 5 ק"מ וְ–458 מטר. ביום השני סללה הקבוצה כביש הקצר ב–1 ק"מ וְ–670 מטר מהכביש שסללה ביום הראשון.
כמה קילומטרים וכמה מטרים סללה הקבוצה בסך–הכל?

אורך הכביש ביום הראשון 458 מ' 5 ק"מ

אורך הכביש ביום השני:

= 670 מ' 1 ק"מ – 1,458 מ' 4 ק"מ = 670 מ' 1 ק"מ – 458 מ' 5 ק"מ
788 מ' 3 ק"מ

246 מ' 9 ק"מ = 1246 מ' 8 ק"מ= 458 מ' 5 ק"מ + 788 מ' 3 ק"מ

האורך הכולל של הכביש הסלול הוא 246 מ' 9 ק"מ

5. גובה כל קומה בבניין בן 4 קומות הוא 2 מטר וְ–45 ס"מ. מה גובה הבניין?
רמז: נכפול לחוד את המטרים ב–4. נכפול לחוד את הסנטימטרים ב–4. לבסוף נארגן את המספר.

45 ס"מ 2 מ'
X
4
180 ס"מ 8 מ'

לאחר ארגון היחידות גובה הבניין הוא: 80 ס"מ 9 מ'.

6. למחנה קיץ קנו שני סלילים של חבלים להקמת אוהלים.
אורך החבל בסליל אחד היה 15 מ' וְ– 76 ס"מ. החבל בסליל השני היה ארוך ב–7 מ' מהחבל בסליל הראשון. מה אורך החבלים בשני הסלילים?

אורך סליל א' הוא 76 ס"מ 15 מ'

אורך סליל ב' הוא 76 ס"מ 22 מ'

סכום האורכים של שני הסלילים הוא 52 ס"מ 38 מ' = 152 ס"מ 37 מ'

התשובה ביחידות אחידות היא 3,852 ס"מ.

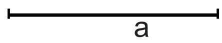
סימון נקודות, ישרים וקטעים

נקודות מסמנים באותיות לטיניות גדולות, למשל: A, B, C וכו'.

ישרים מסמנים באותיות לטיניות קטנות, למשל: c , b , a וכו'.

קטעים אפשר לסמן בשתי דרכים:

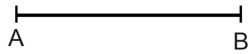
1. באותיות לטיניות קטנות, הקטע 

יסומן כך: 

וייקרא קטע a.

2. באותיות לטיניות גדולות, שמציינות את נקודת ההתחלה ונקודת הסוף של הקטע.

הקטע 

יסומן כך: 

וייקרא קטע AB.

פעילות

1. סרטטו במחברת קטעים לפי הנתונים הבאים:

א. קטע AB שאורכו 5 ס"מ וְ-6 מ"מ.

ב. קטע CD שאורכו 1 דצ"מ וְ-3 ס"מ.

ג. קטע EF שאורכו 8 ס"מ וְ-3 מ"מ.

ד. קטע GH שאורכו 9 ס"מ וְ-8 מ"מ.

פרק 2 – זוויות

הגדרה, סימון, יחידות מידה, חישובים, סכום זוויות במשולש

פרק זה מקנה לתלמיד את המשמעות של הצורות הגיאומטריות בשילוב עם פיתוח היצירתיות הפיגורטיבית.
התלמיד יכול לצייר באמצעות נקודות, ישרים וזוויות ציורים חופשיים כרצונו.
לצד היצירתיות ימצא התלמיד בפרק זה הקפדה על מבנה הגיוני-שיטתי:

1. זיהוי צורה;
2. הגדרה מדויקת שלה;
3. המבנים שאפשר ליצור באמצעותה;
4. השיום והסימון שלה;
5. המדידות והחישובים שניתן להיעשות בה;
6. השימוש בכלי הנדסה בסיסיים.

השימוש בכלים הנדסיים כגון סרגל, מד-זווית, משולש ישר-זווית מפעיל את התלמיד ומקנה לו את מיומנויות היסוד הטכניות.
שילוב של הנאה ושליטה בחומר הופכים את הנושא לידידותי.

מ: הניחו שני עפרונות על השולחן וצרו באמצעותם זווית חדה, זווית ישרה, זווית קהה.
סרטטו בעזרת סרגל זווית חדה, ישרה, קהה וִרְשמו ליד כל אחת מהן את שמה.

עמודים 20-15

המורים ימצאו להלן מספר שאלות חשובות שיש לדון בהן בעת קריאת העמודים, וכן פעילויות נלוות. אחת המטרות של הספר היא לפתח לומד עצמאי שמסוגל לקרוא טקסט מתמטי, להבינו ולהסיק ממנו מסקנות. הדיון בכיתה מסתמך על הקריאה העצמית. יש לוודא שכל התלמידים הבינו את מה שקראו.

מ: מהי הגדרת הזווית? איך מסמנים זוויות? למה בעת שמציירים זוויות מוסיפים לפעמים נקודות בהמשכן של הקרניים?
לפי מה מודדים גודלן של זוויות? מהי יחידת המידה המשמשת למדידת זווית? מה זו "קשת"?

פרק 2: זוויות

הגדרה, סימון, יחידת מידה, מדידה וחישובים של זוויות

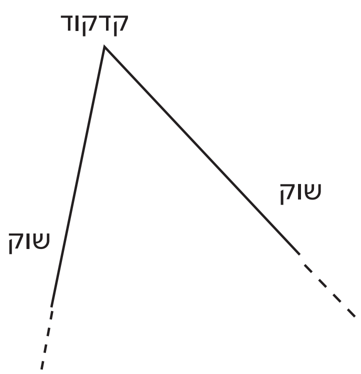
ציירו ציור בעפרונות צבעוניים שיורכב רק מזוויות.

הגדרת זווית

שתי קרניים היוצאות מנקודה אחת יוצרות **זווית**.

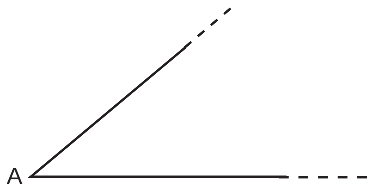
הקרניים נקראות **שוקיים**.

הנקודה שממנה הן יוצאות נקראת **קדקוד**.



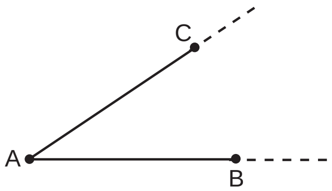
סימון זוויות

אפשר לסמן זוויות בשלוש דרכים:



1. על פי האות המציינת את קדקוד הזווית.
   משמאל לאות נוסיף את סימון הזווית,
   לדוגמה: A ∡

2. על פי הקדקוד ושתי נקודות הנמצאות על שוקי הזווית. זוהי כתיבה מורכבת יותר, אך יעילה מאד במקרה של מספר זוויות הנמצאות זו ליד זו. נקודת הקדקוד נמצאת באמצע בין שמות שתי הנקודות האחרות.
   הזווית בציור נכתבת כך: CAB ∡.

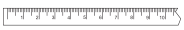


3. באותיות יווניות:

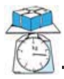
α אַלְפָּא β בֵּיתָא γ גָּמָא δ דֶּלְתָא

זהו סימון נוח מאוד: α ∡ .
הִתְאַמְּנוּ בכתיבת אותיות אלה.

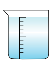
יחידות מידה



אורך מודדים ביחידות אורך, למשל, מטר. אורך מודדים בעזרת **סרגל**.

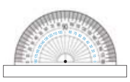


משקל מודדים ביחידות משקל, למשל, קילוגרם. משקל מודדים בעזרת **מאזניים** (הנקראים לעתים 'משקל').

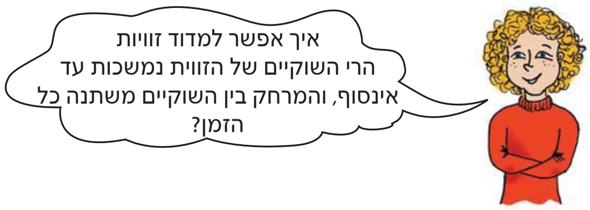


קיבולת מודדים ביחידות נפח, למשל, ליטר. קיבולת מודדים בעזרת **כלי עם שנתות**.

זמן מודדים ביחידות זמן, למשל, שעה. זמן מודדים בעזרת **שעון**.



זווית מודדים ביחידת מידה הנקראת מַעֲלָה. מעלות מודדים בעזרת **מד–זווית**.



לפני כ–3,500 שנה מצאו הָאַשּׁוּרִים דרך למדידת זווית באמצעות קשתות של מעגל. הם חילקו את המעגל ל–360 חלקים שווים.

לגודל הזווית שנוצרת מחלק אחד כזה קראו **מַעֲלָה**. זו יחידת המידה המשמשת אותנו למדידת זווית.

נלמד למדוד זוויות

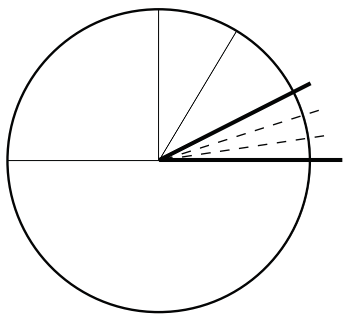
מתחילים את המדידה של הזווית מקדקוד הזווית, שעליו יונח מרכז מעגל.

המעגל הזה מחולק לקשתות.

נדגים את דרך המדידה של הזוויות על–ידי קווי חלוקה.

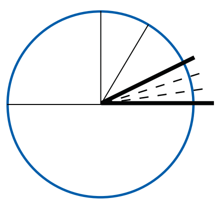
למען הנוחיות נסרטט את הקווים כך שכל קו חלוקה מקווקוו יהיה בן 10 מעלות.

נקבל 3 קשתות הכלואות בין שוקי הזווית, שכל אחת מהן היא בת 10 מעלות.

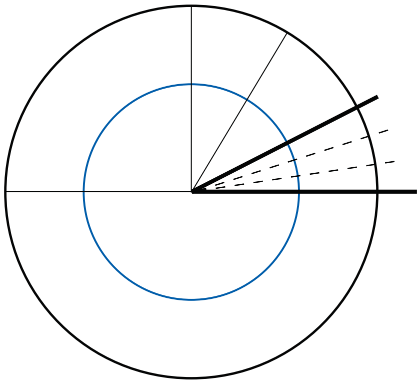


גם כאשר מקטינים את המעגל, מספר הקשתות הכלואות בין השוקיים יהיה 3.

כל אחת מהן היא בת 10 מעלות.

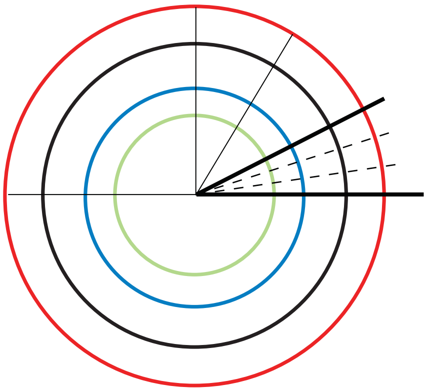


כעת נניח את המעגל הקטן על הגדול.



בין שוקי הזווית כלואות 3 קשתות קטנות ו–3 קשתות גדולות.

נמשיך ונצייר מעגלים נוספים שמרכזם בקדקוד הזווית ונחלק אף אותם באותה חלוקה.



בדרך זו מצאנו מרכיב **קבוע** שיכול לשמש יחידת מידה!

מצאנו ש**מספר** הקשתות הכלואות בין שוקי הזווית נשאר **קבוע**.

במקרה שלנו: 3, שהן 30 מעלות.

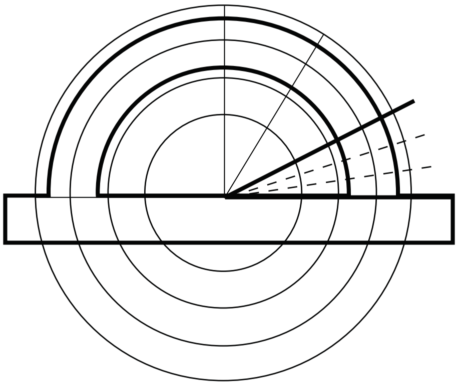
אם המעגל קטן – הקשתות קטנות, אם המעגל גדול – הקשתות גדולות, אבל **מספרן** של הקשתות נשאר קבוע.

גודל הזווית נמדד לפי מספר הקשתות שבין שוקי הזווית.

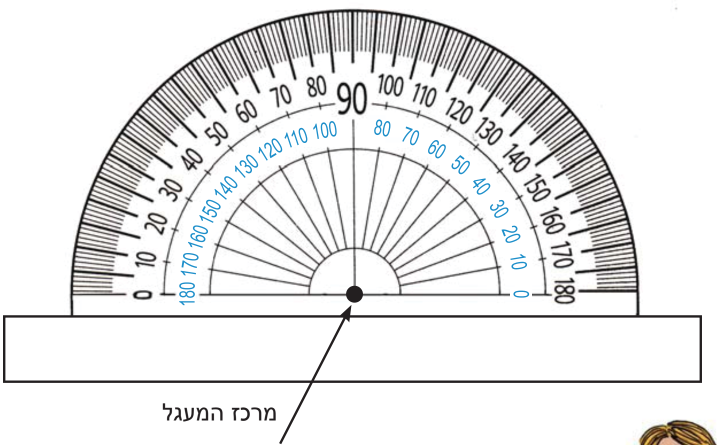
כל מעגל שנסרטט ומרכזו יהיה בקדקוד הזווית ייתן בחלוקתו אותה תוצאה: 30 מעלות (30^0).

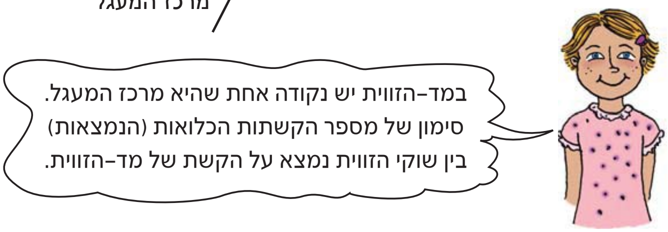
18

מד–זווית הוא מכשיר המודד את מספר חלקי המעגל (הקשתות) הכלואים בין שוקי הזווית.



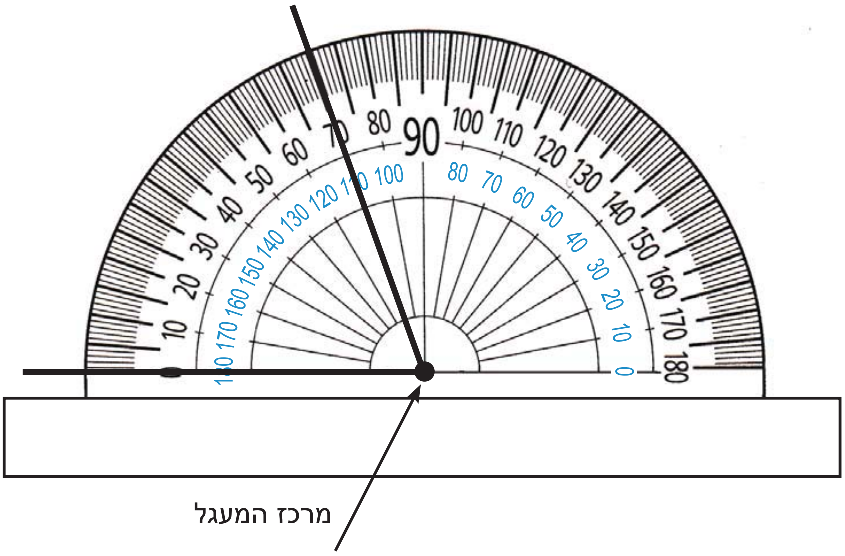
אם המעגל שעליו נעשית החלוקה הוא קטן, אז גודל הקשתות יהיה קטן, אם המעגל שעליו נעשית החלוקה יהיה גדול, אז גודל הקשתות יהיה גדול, אבל בשני המקרים **כמות הקשתות** הכלואות בין שוקי הזווית נשארת קבועה והיא **יחידת המידה** שמודדת את גודל הזווית.



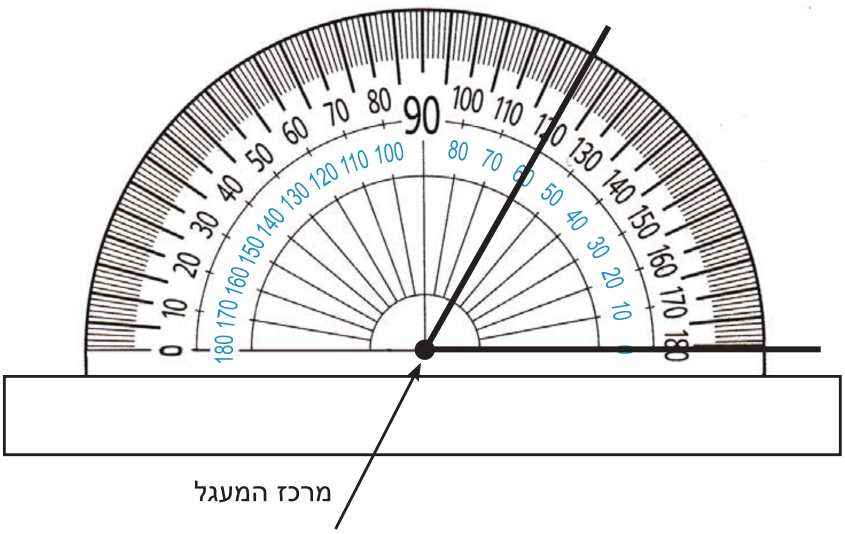


במד–הזווית יש שני טורי מספרים: בכל טור יש 180 מעלות: במעגל הפנימי, הקטן יותר, הקשתות קטנות יותר מאלה שבמעגל החיצוני, אבל מספרן שווה למספר הקשתות הגדולות יותר, השייכות למעגל החיצוני.

הנקודה ממנה מתחילים את המדידה במעגל החיצוני היא מצד שמאל (מתחילים בספרה 0).
הנה דוגמה לזווית בת 70 מעלות הנמדדת על המעגל החיצוני.



הנקודה ממנה מתחילים את המדידה במעגל הפנימי היא מצד ימין (מתחילים בספרה 0).
הנה דוגמה לזווית בת 60 מעלות הנמדדת על המעגל הפנימי.



סוגי זוויות

עמודים 22-21

מ: מהי זווית ישרה?

ת: זווית הנוצרת על ידי רבע מעגל.

סרטטו במחברת 6 זוויות ישרות בכיוונים שונים.

מ: מהי זווית חדה?

ת: זווית הקטנה מזווית ישרה.

סרטטו במחברת 6 זוויות חדות בכיוונים שונים.

מ: מהי זווית שטוחה? כמה מעלות יש בזווית שטוחה?

ת: זווית הנוצרת על ידי סיבוב של חצי עיגול שיוצרות שתי "זרועות".

מ: כמה מעלות יש בזווית שטוחה?

ת: בסיבוב השלם של הזרועות נוצר מעגל שלם, שהוא מחולק ל-360 חלקים. כל חלק כזה נקרא מעלה. בחצי הסיבוב יש חצי מ-360 מעלות, שהן 180 מעלות. זווית שטוחה היא זווית בת 180 מעלות.

הערה

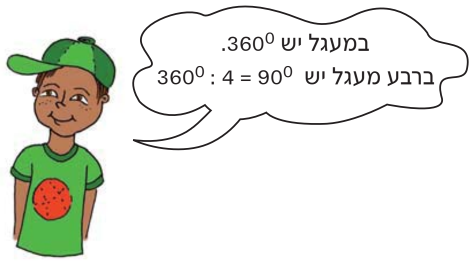
תלמידים רבים מעלים את הקושייה המוצדקת מה ההבדל בין זווית שטוחה לקו ישר.
יש להסביר להם שההבדל הוא בתהליך ההיווצרות שלהם. קו ישר נוצר מראש ככזה. זווית שטוחה נוצרת על-ידי נקודת קדקוד שממנה יוצאות שתי קרניים, או על-ידי סיבוב כמתואר בעמוד 22.
עיקר החזרה נעשה על-ידי מדידת זוויות או סרטוטן בכיתה באורח עצמאי, כשהמורה עוברת בין התלמידים ומבטיחה שהם מגלים שליטה מלאה בנושא.

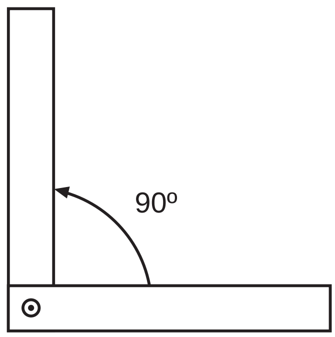
סוגי זוויות

ברבע מעגל יש 90 מעלות (90^0).

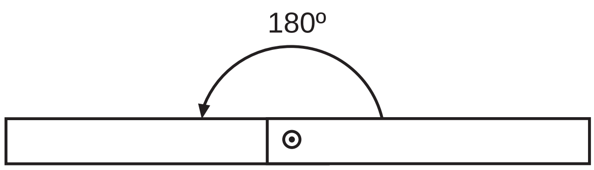
בחצי מעגל יש 180 מעלות (180^0).

בשלושה רבעים של מעגל יש 270 מעלות (270^0).



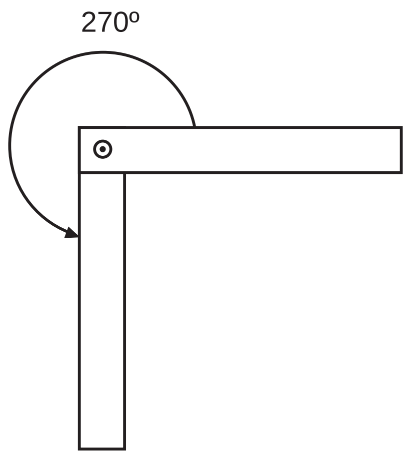


סרטוט א׳

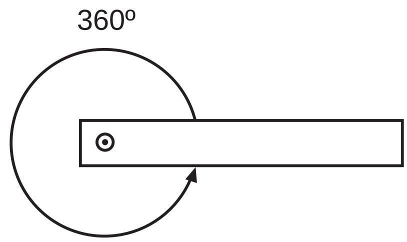


סרטוט ב׳

21



סרטוט ג׳



סרטוט ד׳

זווית **ישרה** היא זווית שבין שוקיה כלוא **רבע** מעגל. (סרטוט א׳)

זווית **שטוחה** היא זווית שבין שוקיה כלוא **חצי** מעגל. (סרטוט ב׳)

זווית **נישאה** היא זווית הגדולה מזווית שטוחה וקטנה מ–360^0 (סרטוטים ג׳ ו– ד׳).
אם זו הנקודה שבה המעגל מתחיל נאמר שהיא בת 0^0.

22

נקודות לדיון בעמודים 25-23

מ: מדוע בראש העמוד בסרטוט ה' הקרן הכחולה מצויירת מתחת לקרן השחורה ואילו בסרטוט ו' הקרן הכחולה מעל לקרן השחורה?

ת: בסרטוט ה' הקרן הכחולה עושה סיבוב שלם. היא יוצרת מעגל שלם עד שהיא מגיעה למקום של הקרן השחורה. בסיבוב שלם כזה נוצרת זווית של 360°. בסרטוט ו' שתי הקרניים: השחורה והכחולה הן זו על גבי זו. הקרן הכחולה עוד לא התחילה את הסיבוב, זו זווית של 0°.

אני לא מבין. זווית של אפס מעלות היא אותה זווית כמו 360 מעלות?

מ: נכון. התוצאה היא אותה תוצאה, אבל הדרך בה נוצרת התוצאה שונה.

ת: זה כמו בזווית השטוחה. אפשר לראות אותה סתם כקו ישר, אבל אם מתייחסים אליה כמו נקודה עם שתי זרועות מסתובבות אז היא זווית שטוחה. תלוי איך יוצרים את הסרטוט.

מ: מִדדו באמצעות מד זווית את גודלן של הזוויות בעמודים 24–23, ובִדקו אם המידות שבספר נכונות.

עִברו לעמוד 25. מי יכול להסביר לנו מהי זווית נישאה?

מומלץ להזמין ילדים ללוח לצייר זוויות כלשהן ושהילדים יראו באצבע מהי הזווית הנישאה המתאימה.

מ: הספר מציע לנו איך למדוד זוויות נישאות. מהי ההצעה?

ת: מודדים את הזווית החדה ואחר כך מחסרים אותה מ–360 מעלות.

מ: למה?

ת: מד הזווית שלנו יכול למדוד רק עד 180 מעלות, אז אנחנו מודדים בעזרתו את מה שאפשר למדוד איתו ומחשבים כמה חסר לנו להשלמת המעלות של מעגל שלם.

מ: מה מוסבר בעמוד 26?

ת: העמוד מסכם את סוגי הזוויות שהכרנו. תמיד כשמסיימים נושא כדאי לעצור ולחשוב: מה למדתי עד כאן?

מ: זה נכון בכל נושא. זה מסדר לנו את המחשבה שלנו.

שימו לב להערה הרשומה בכתב. בבית הספר אנחנו פותחים לכם פתח לידע ולהבנה. על סמך הידע הזה תוכלו לקרוא ולהבין נושאים רבים. אנחנו נותנים בידיכם את המפתח, אתם יכולים להחליט אילו דלתות לפתוח בעזרתו.

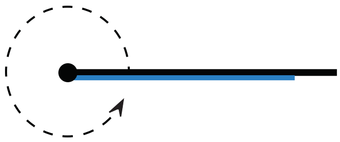
מ: מה עוד יש בעמוד 26?

ת: מלמדים אותנו איך מסמנים זוויות. קודם למדנו איך מסמנים נקודות, קווים ישרים וקטעים, עכשיו מלמדים אותנו איך מסמנים זוויות.

אפשר להציע לתלמידים:

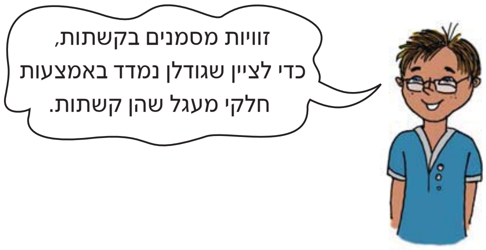
פִּתרו בעצמכם את עמודים 27-28. אני, המורה, אעבור ביניכם ואראה אם הכל מובן לכם.

אם זו הנקודה שבה המעגל נסגר נאמר שהיא בת 360^0.

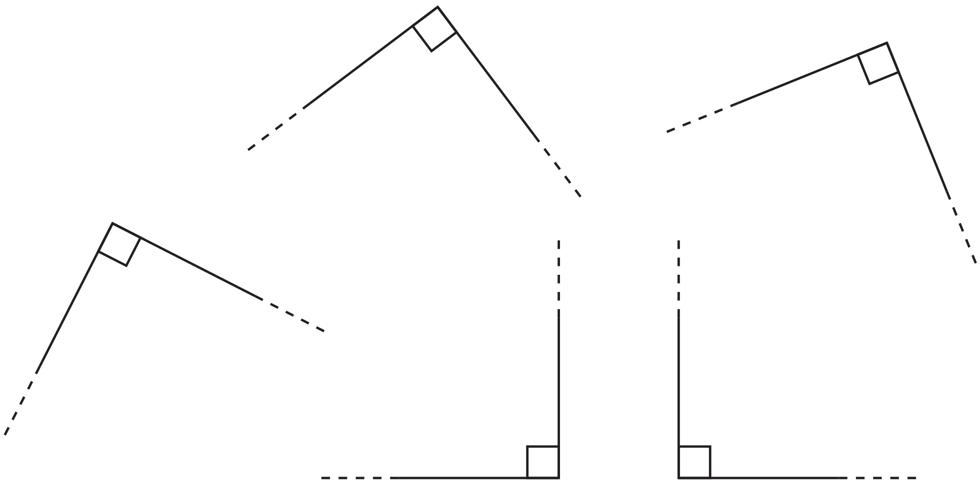


סרטוט ה'

סרטוט ו'

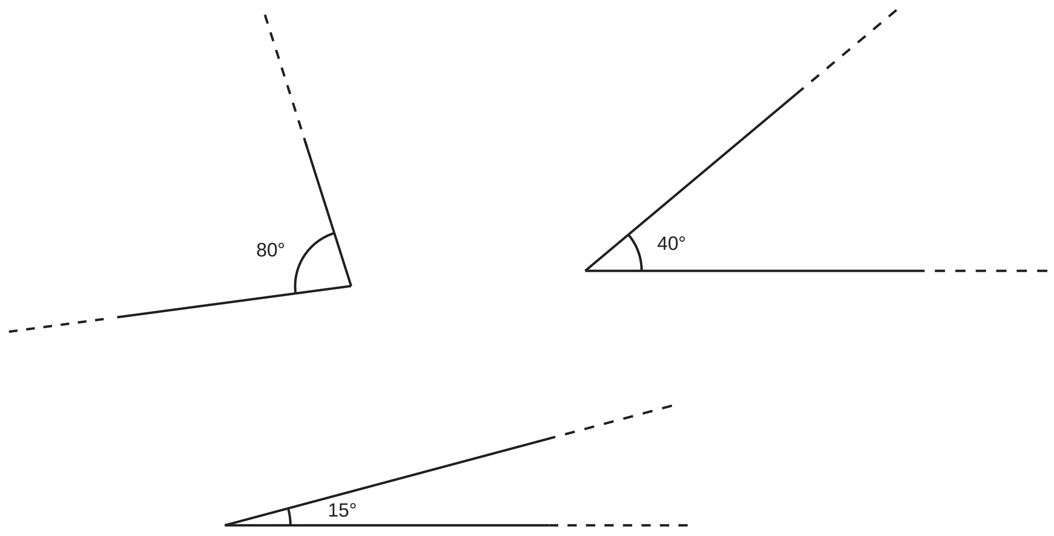


הנה דוגמאות לזוויות ישרות.

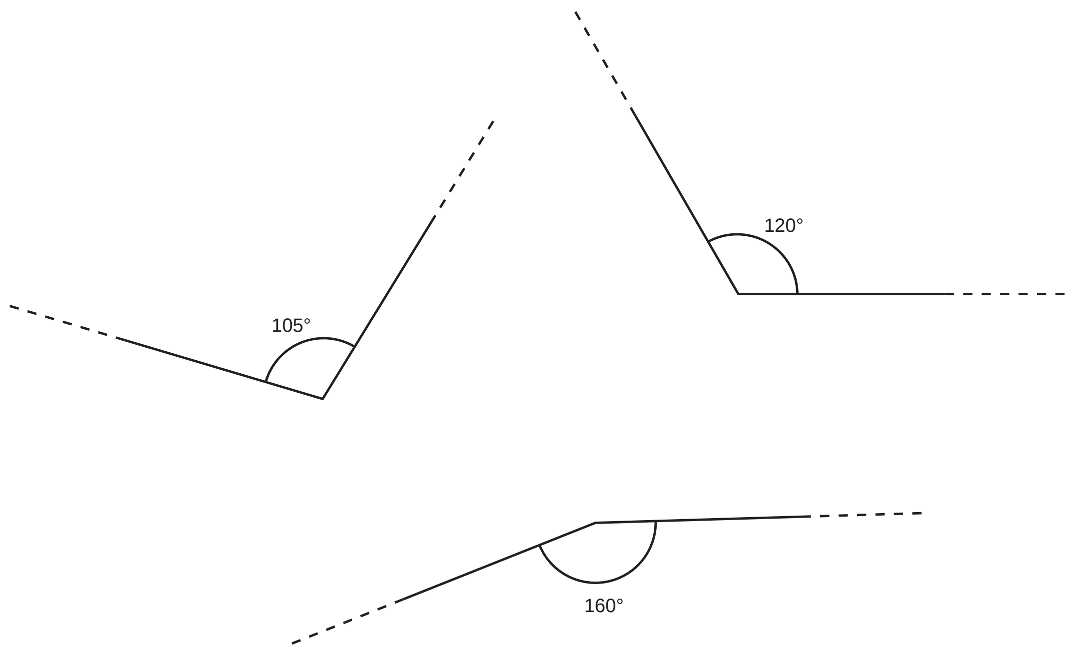


23

הנה דוגמאות לזוויות חדות.

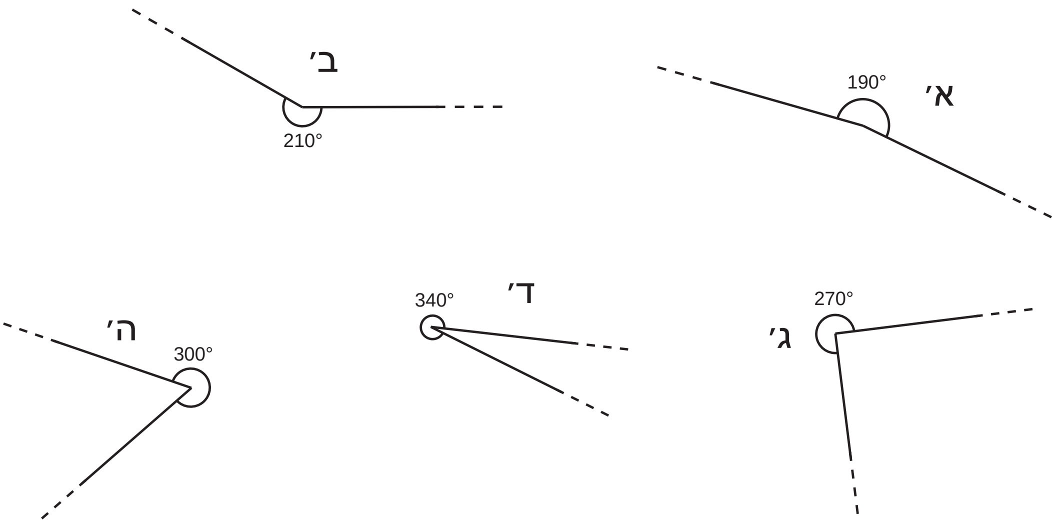


הנה דוגמאות לזוויות קהות.



24

זווית נישאה היא כל זווית הגדולה מ–180^0 וקטנה מ–360^0. הנה דוגמאות לזוויות נישאות.



כיצד מחשבים את גודלה של זווית נישאה?

כדי למדוד זוויות נישאה, מודדים בעזרת מד–זווית את גודל הזווית החדה המשלימה אותה ל–360^0 ומחשבים את ההפרש בינה ל–360.

לדוגמה, כדי לחשב את זווית ד׳ בסרטוט, מודדים במד זווית את הזווית החדה שהיא בת 20^0 ומחסרים אותה מ–360^0.

סיכום

זווית ישרה היא בת 90^0.

זווית חדה היא זווית הקטנה מזווית ישרה.

זווית שטוחה היא זווית בת 180^0 והיא שווה לסכום של שתי זוויות ישרות.

זווית קהה היא זווית הגדולה מזווית ישרה, וקטנה מזווית שטוחה.

זווית נישאה היא זווית הגדולה מזווית שטוחה, וקטנה מזווית בת 360^0.

למתעניינים

קיימת יחידת מידה נוספת לזוויות הנקראת: רַאדְיאן.

קראו עליה בויקיפדיה, תחת הערך: זווית.

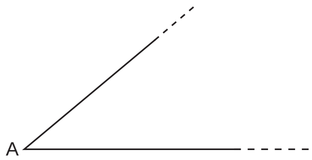
תרגול

1. מִדְדוּ בעזרת מד זווית את הזוויות הבאות ורשמו את תוצאת המדידה. היעזרו בדוגמאות.

אפשר לסמן זוויות באותיות לטיניות או יווניות.

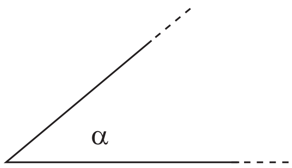
דוגמה א':

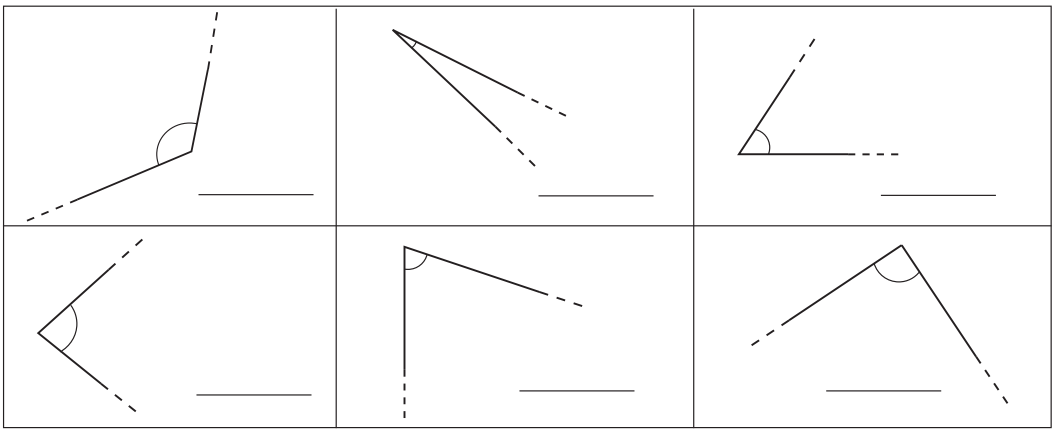
$\measuredangle \mathbf{A} = 30^0$



דוגמה ב':

$\measuredangle \alpha = 30^0$

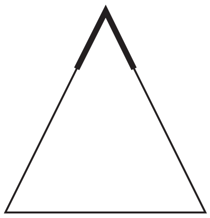




26

עמוד 27

מומלץ למורה לסמן זוויות בשלב ההתחלתי של הלימוד על ידי הדגשת ה״פינה״ ולא על ידי קשת, כדי להבטיח שהתלמידים לא יבלבלו בין הקשת שמייצגת את הזווית, לבין הזווית עצמה הנוצרת על ידי שני ישרים. לאחר ההקניה ניתן לסמן זווית באמצעות קשת.



2. צִבְעוּ את הזוויות המסורטטות בציור לפי ההנחיות הבאות:

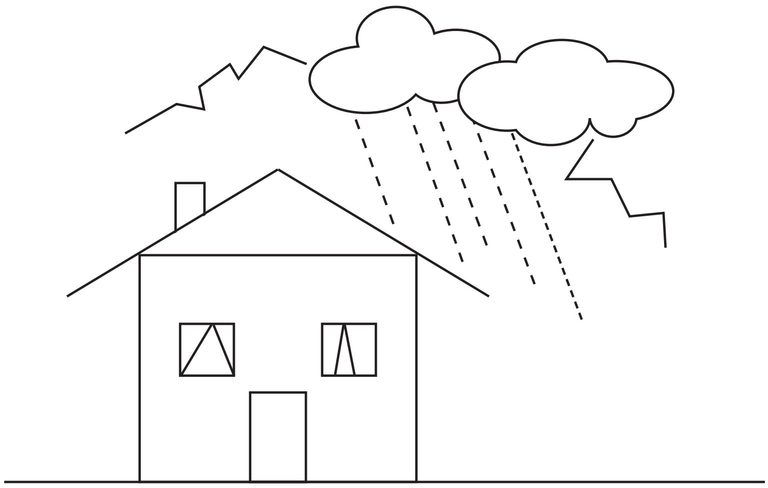
זוויות חדות – באדום

זוויות ישרות – בירוק

זוויות קהות – בכחול

צִבְעוּ רק את הפינה של הזווית, לפי הדוגמה הבאה:

נסו להעריך את גודלן של הזוויות ללא מד–זווית.

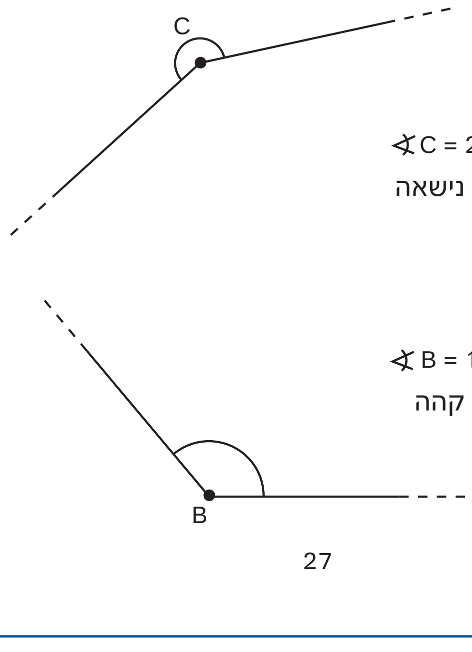


3. סרטטו במחברת את הזוויות הבאות:

45^0, 60^0, 68^0, 75^0, 90^0, 120^0, 170^0, 180^0, 200^0, 240^0, 280^0, 350^0, 360^0.

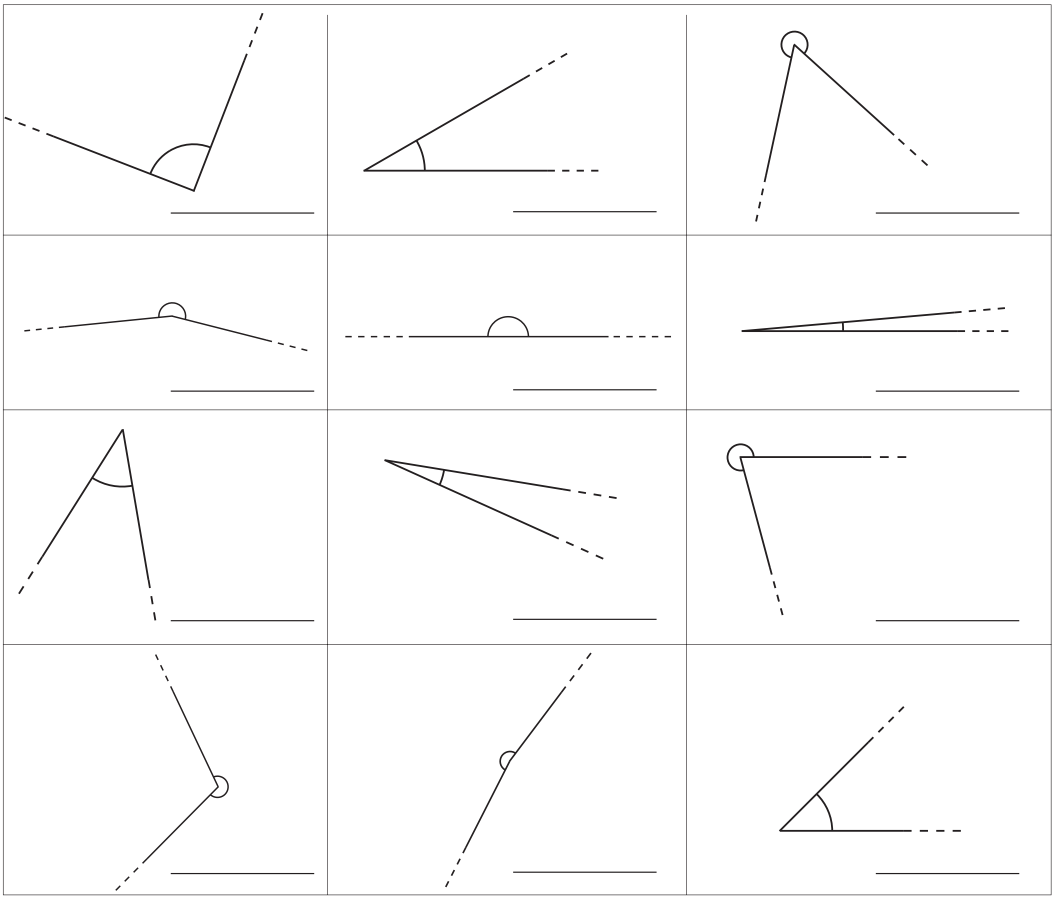
תנו לזוויות שם, ציינו לידן את מספר המעלות וציירו קשת כדי להצביע על הזווית המתאימה.

היעזרו בדוגמה הבאה:



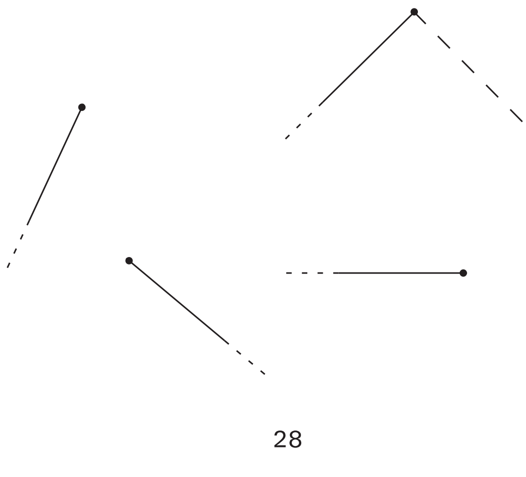
27

4. מְדְדוּ את הזוויות הבאות בעזרת מד–זווית ורשמו לידן את תוצאת המדידה.



5. לפניכם קרניים שונות.

לכל קרן בודדת חברו קרן נוספת כך שתתקבל זווית ישרה, לפי הדוגמה העליונה. קדקוד הזווית מסומן בנקודה.



הצעה לדיון בעמוד 29 תרגיל 6

מ: מהי השעה בציור א'?

ת: שתים עשרה ורבע.

מ: בת כמה מעלות היא הזווית בין שני המחוגים?

ת: מיד רואים שזו זווית ישרה.

מ: מה דעתכם על התשובה הזאת?

ת: זה לא מדויק, כי כאשר המחוג הגדול זז עד ל-3, המחוג הקטן גם כן זז.

מ: כמה הוא זז?

ת: רבע מהמרחק בין 12 ל-1.

מ: מי יכול להסביר?

ת: כשהמחוג הגדול עושה סיבוב שלם המחוג הקטן נע מספרה אחת לספרה הסמוכה לה. אם המחוג הגדול עשה רבע סיבוב, אז המחוג הקטן עשה רבע מהמרחק בין 12 ל-11.

מ: איך נדע מה הזווית המדויקת בין המחוגים?

ת: נוכל למדוד בעזרת מד זווית.

מ: יש רמז בשאלה לכך שאולי נוכל לומר בערך מהי הזווית, אם לא נרצה ממש לדייק. מהו הרמז?

ת: כתוב: 'כְּ' שפירושו בערך. נוכל לומר שהזווית בין המחוגים בשעה 12 ורבע היא בערך זווית ישרה".

מ: באיזה מצב קל לומר בדיוק מהי הזווית?

ת: בשעה 6. אז המחוגים יוצרים בדיוק קו ישר. זוהי זווית שטוחה שהיא בת 180 מעלות.

מ: במה עוד עוסק עמוד 29?

ת: בחישובי זוויות.

מ: נכון. מה עלינו לעשות כדי לחשב את (7)?

ת: לחבר את המעלות של זווית MCB עם המעלות של זווית BCA.

מ: יפה. אני מראה לכם איך כותבים זאת.

$\measuredangle MCB + \measuredangle BCA = \measuredangle MCA$

$20° + 40° = 60°$

פִּתרו את עמודים 29–30.

הערה חשובה:

ארבעת התרגילים שבראש העמוד עלולים להיות קשים לאוכלוסיות מסוימות, או לכיתות שלא למדו עדיין את החישובים המתאימים בחשבון. ההסבר שלהלן נועד למורים בלבד או לתלמידים מצטיינים במיוחד. לגבי כלל האוכלוסיה מומלץ לענות בקירוב. למשל בתרגיל (א) אפשר לומר שהזווית בין המחוגים היא בערך ישרה.

חישוב הזוויות בין מחוגי השעון:

א. השעה $12^{\underline{15}}$

יש ילדים שיאמרו שהזווית בין מחוגי השעון היא ישרה.

אפשר להסב את תשומת ליבם לעובדה שהמחוג הגדול התקדם ברבע של המרחק בין שתי ספרות.

כשהמחוג חולף על פני כל הספרות הוא מייצר מעגל של 360^o.

אפשר גם לציין שהמחוגים מחוברים זה לזה במרכז המעגל של הספרות והזווית שביניהם נקראת **זווית מרכזית**, כי הקדקוד שלה במרכז המעגל.

חילוק 360 המעלות ב-12 (מספר הספרות בשעון) נותן את הזווית המרכזית שהמחוג מייצר במעבר מספרה לספרה. כלומר, 30 מעלות.

כאשר המחוג הגדול מצביע על הספרה 3 המחוג הקטן עובר 1/4 מהמרחק בין שתי הספרות הסמוכות.

הזווית המרכזית שיוצרים שני המחוגים בין הספרה 12 לספרה 3 היא בת 90^o.

בזמן הזה המחוג הקטן התקרב למחוג הגדול ברבע מ-30^o שהם $7\frac{1}{2}$ מעלות.

הזווית בין המחוג הגדול לקטן היא 90^o פחות רבע של 30^o שהם $7\frac{1}{2}$ מעלות.

פתרון: הזווית בין המחוגים היא בת $82\frac{1}{2}$ מעלות.

ב. בשעה $6^{\underline{00}}$. הזווית בין המחוגים היא שטוחה, כלומר, בת 180^o.

ג. בשעה $12^{\underline{45}}$. המחוג הקטן עבר $\frac{3}{4}$ מהמרחק בין הספרות 12 ל-1.

$\frac{3}{4}$ של 30 הם $22\frac{1}{2}$ מעלות.

בין 12 ל-9 יש 90 מעלות.

עלינו להוסיף להן עוד $22\frac{1}{2}$ מעלות.

הזווית בין המחוגים היא בת $112\frac{1}{2}$ מעלות.

ד. בשעה $3^{\underline{30}}$

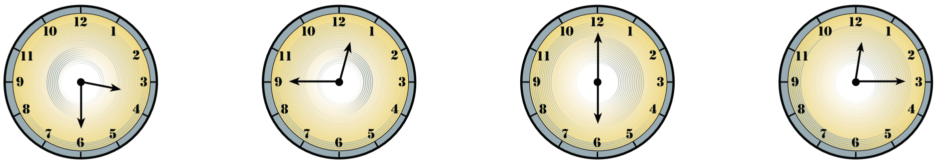
הזווית בין המחוגים בין 3 ל-6 היא ישרה.

מאחר שמדובר במחצית השעה, הזווית שנוצרת בין הספרות 3 ל-4 היא החצי של 30 מעלות, כלומר, 15 מעלות.

בין 3 ל-6 נוצרת זווית מרכזית בת 90 מעלות. צריך לחסר ממנה 15 מעלות.

תשובה: הזווית בין המחוגים היא בת 75^o.

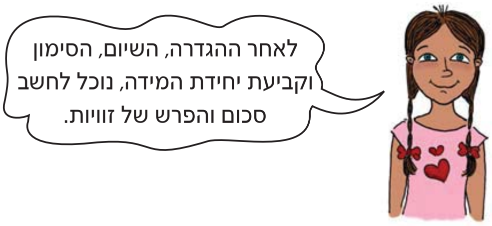
6. השלימו.



ד׳ ג׳ ב׳ א׳

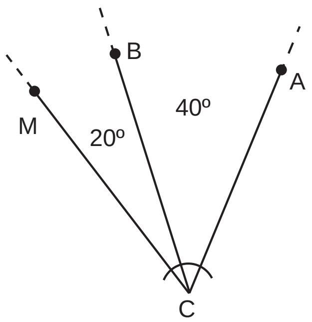
א. השעה בשעון א׳ היא ______. הזווית בין המחוג הגדול והמחוג הקטן היא בת כ- ______ מעלות.
ב. השעה בשעון ב׳ היא ______. הזווית בין המחוג הגדול והמחוג הקטן היא בת ______ מעלות.
ג. השעה בשעון ג׳ היא ______. הזווית בין המחוג הגדול והמחוג הקטן היא בת כ- ______ מעלות.
ד. השעה בשעון ד׳ היא ______. הזווית בין המחוג הגדול והמחוג הקטן היא בת כ- ______ מעלות.

חישובי זוויות

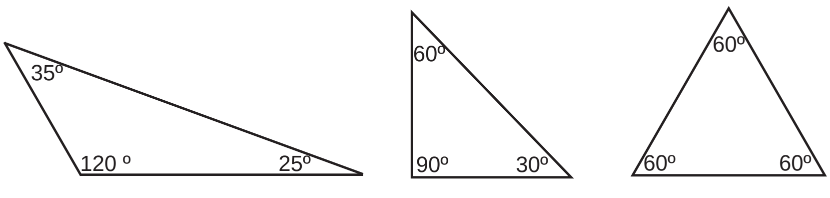


7. לפניכם שתי זוויות בעלות קדקוד משותף ושוק משותפת.
בכל זווית רשום גודלה.
מה ערכה של הזווית MCA ? ______________

זווית MCA שווה לסכום של זווית MCB ושל זווית BCA.

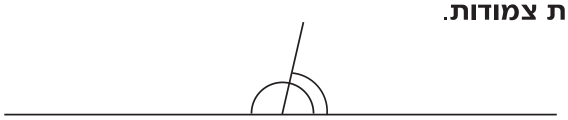


8. במשולשים שלפניכם רשומים ערכיהן של הזוויות. מהו סכום הזוויות של כל משולש? ________



9. סרטטו במחברת 8 משולשים שונים. מדדו את זוויותיהם וחשבו את סכומן.
אם מספר המעלות אינו שלם תוכלו לעגל למעלות שלמות ולקבל סכום מקורב.

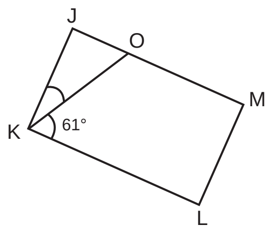
10. נתונות שתי זוויות. יש להן שוק משותפת והשוק השנייה שלהן נמצאת על אותו ישר. זוויות כאלה נקראות **זוויות צמודות**.



סכום שתי זוויות צמודות הוא 180^0.
אחת מהזוויות הצמודות בסרטוט היא בת 77^0. מה גודלה של הזווית השנייה? __________

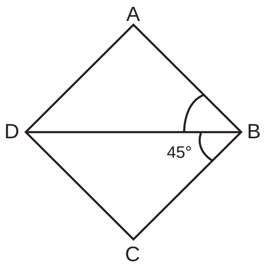
11. לפניכם מרובעים ישרי זווית. בכל אחד מהם מסומנות 2 זוויות.
חשבו את הזווית המסומנת שגודלה אינו נתון.

(א)



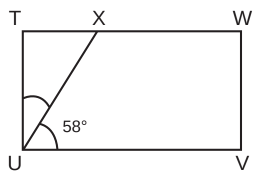
∢ JKO = __________

(ב)



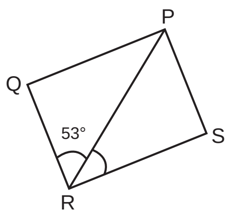
∢ ABD = __________

(ג)



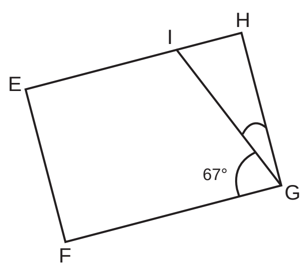
∢ TUX = __________

(ד)



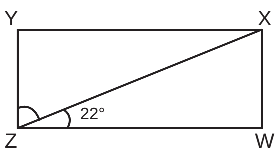
∢ PRS = __________

(ה)



∢ HGI = __________

(ו)



∢ YZX = __________

30

מערך: ישרים מאונכים זה לזה

מ: הניחו שני עפרונות על השולחן כך שיהיו מאונכים זה לזה.
איך ידעתם לבצע זאת?

ת: יצרתי זווית ישרה בין העפרונות.

מ: איך יצרת אותה?

ת: יש לי ספר שהנחתי אותו ליד אחד העפרונות. בפינה שלו יש זווית ישרה. כך ידעתי איך לסדר את העיפרון השני.
אני השתמשתי בכלי ההנדסי: משולש ישר-זווית.

מ: קִרְאוּ את ההגדרה של מרחק נקודה מישר, בעמוד 31, וקִרְאוּ גם את ההגדרה של ישרים מקבילים. מה הקשר בין הגדרת המרחק של נקודה מישר לבין הישרים המקבילים?

ת: ישרים מקבילים הם ישרים שאף פעם לא ייפגשו, כי המרחק ביניהם נשאר קבוע.

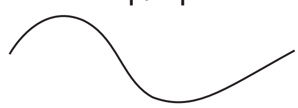
מ: קראו את הכתוב בעמוד 31 וסרטטו את מה שמבקשים בו.

המורה עוברת בין התלמידים ובודקת את עבודתם.

הערה

בהוראת הישרים המקבילים צריך למנוע טעויות נפוצות:

א. חייבת להיעשות הבחנה בין אלכסוני לבין אלכסון! "אלכסוני" מתאר כיוון. זהו תואר. "אלכסון" הוא שם עצם שמתייחס לקטע המחבר שני קדקודים במצולע ואיננו צלע. יש תלמידים שמתבלבלים בין "אלכסוני" לבין "עקום". אם יש כאלה צריך להזכיר להם שקו עקום אינו קו ישר.
דוגמה לקו עקום:



ישר אלכסוני אינו עקום אלא ישר שכיוונו אינו מאוזן או מאונך.

ב. "מאוזן" הוא כיוון מקביל לקרקע. "מאונך", ללא ציון הקו המאונך לו, מציין ישר המאונך לקו הקרקע.

ג. אם רוצים להבטיח את הבנת המקבילוּת יש להראות שני קטעים מקבילים שלא באותו אורך ולשאול אם הם מקבילים.

חזרו על אותה שאלה לגבי שני קטעים כאלה:

הסבירו שהקטעים מקבילים זה לזה כי הישרים שהקטעים שייכים להם מקבילים זה לזה.
את משימה 4 בעמוד 32 יפתרו התלמידים בעצמם.
את משימה 5 בעמוד 32 כדאי ללוות בהסבר:
יש ישר a ונקודה A מחוצה לו.
קחו סרגל ומשולש ישר-זווית.
הניחו את המשולש כך שאחד הניצבים שלו יתלכד עם הישר הנתון.
הצמידו את הסרגל לניצב השני שלו, והסיעו את המשולש לאורך הסרגל, עד לנקודה A.
סרטטו את הישר המקביל.

מ: בעמוד 33 מלמדים אותנו איך מסמנים ששני ישרים מקבילים זה לזה וכיצד מסמנים ששני ישרים מאונכים זה לזה.
אני מזמינה 6 תלמידים ללוח שירשמו עליו בשפה מתמטית שישר A מקביל לישר B. שאר התלמידים ירשמו זאת במחברות. סרטטו את הישרים וְרִשמו לידם שהם מקבילים.

הכיתה חוזרת על אותו תהליך גם לגבי ישרים מאונכים זה לזה.

עמוד 31

הערה חשובה: כאשר מדברים על ישרים מאונכים **זה לזה** או על ישרים **ניצבים זה לזה**, מדברים על יחס של הדדיות.

כאשר אומרים "ישרים מאונכים" או "ישרים מאוזנים" ואיננו מציינים לגבי מה נוצר יחס זה, הכוונה היא ביחס לכדור הארץ. או נכון יותר, ביחס לישר המשיק לכדור הארץ. לילדים אפשר לומר "ביחס לרצפה".

ישרים מאונכים זה לזה

הגדרה

שני ישרים שנחתכים ויוצרים זווית ישרה ביניהם הם **ישרים המאונכים זה לזה.**

לפעמים אנחנו אומרים שהישרים **ניצבים** זה לזה.

1. סרטטו במחברת מספר ישרים בכיוונים שונים. סרטטו לכל אחד מהם ישר המאונך לו וסמנו את הזווית הישרה ביניהם. תוכלו לסרטט את הישרים המאונכים בעזרת משולש ישר–זווית.

הגדרת המרחק של נקודה מישר

מרחק של נקודה מישר נמדד על ידי אורך האנך היורד מהנקודה אל הישר.

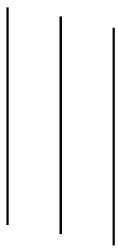
ישרים מקבילים

הגדרה

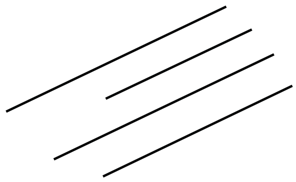
שני ישרים שהמרחק ביניהם קבוע והם לא נחתכים נקראים ישרים מקבילים.

דוגמאות לישרים מקבילים:

שני ישרים מאוזנים מקבילים

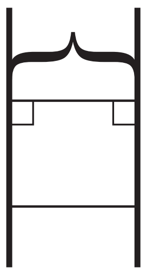


שלושה ישרים מאונכים מקבילים

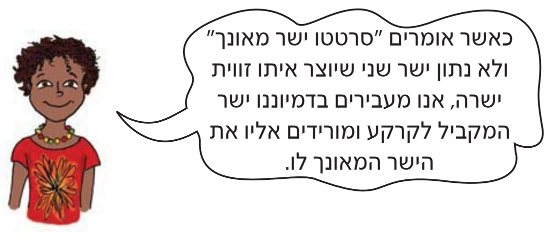


ארבעה ישרים אלכסוניים מקבילים

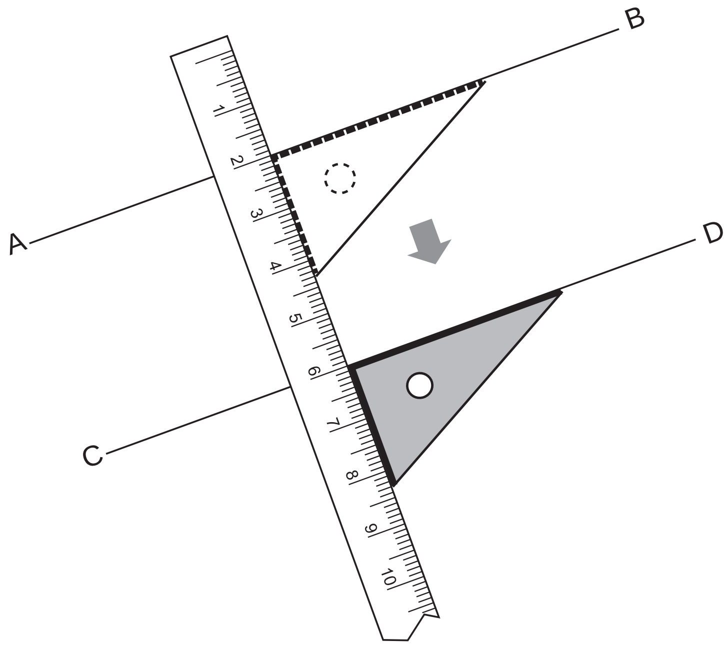
המרחק בין שני ישרים מקבילים נמדד על ידי אורך הקטע המאונך לשניהם.



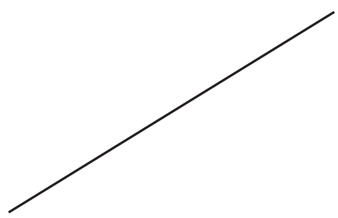
1. סרטטו במחברת 3 ישרים מאוזנים מקבילים.
2. סרטטו במחברת 4 ישרים מאונכים מקבילים.



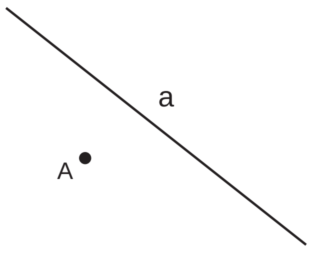
3. סרטטו 2 קטעים אלכסוניים מקבילים.
כדי לסרטט ישרים מקבילים נעזר בכלי ההנדסי: משולש ישר-זווית כמתואר בציור.



4. סרטטו ישר המקביל לישר הנתון בעזרת סרגל ומשולש ישר-זווית.



5. נתון ישר a . סרטטו ישר מקביל לו העובר דרך הנקודה A.



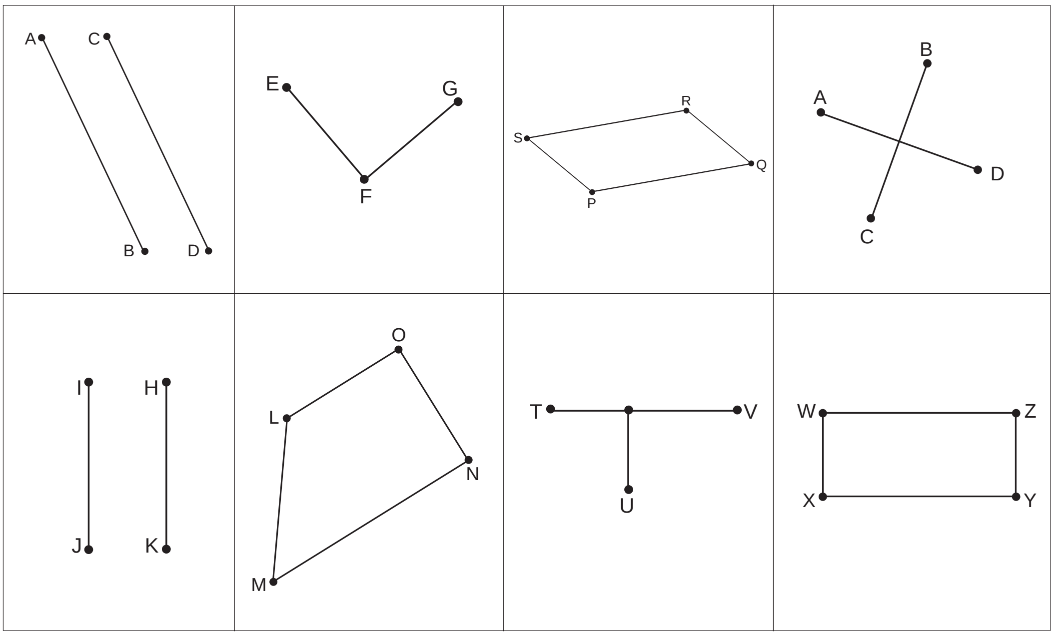
32

6. צבעו כל זוג של ישרים מקבילים בציור שלפניכם באותו צבע.

את המשפט: ישר a מקביל לישר b, אנו רושמים בקצרה כך: a | | b
אם הישרים מסומנים בעזרת נקודות, רושמים את ההקבלה כך: AB | | CD

כאשר ישר AB מאונך לישר CD רושמים זאת כך: AB ⊥ CD

7. לפניכם סרטוטים שונים. רִשְׁמוּ ליד כל אחד מהם בכתיבה הנדסית אם הישרים מקבילים זה לזה או מאונכים זה לזה.



33

פרק 3 – סימטריה

מטרות הפרק

- **להכיר ולזהות: סימטריה, ציר סימטריה, שיקוף;**
- **להגדיר את המושגים האלה ולהפעיל את התלמידים ביצירת צורות סימטריות;**
- **להבחין בין ציר סימטריה [קו הסימטריה] לבין קווים אחרים המלווים צורות גיאומטריות, כמו אלכסונים;**
- **לארגן מחדש את כל הידע הגיאומטרי שנרכש עד כה, תוך הדגשת הפן המילולי ותרגומו לצורות;**
- **ללמד כיצד להסתמך על הגדרות וניסוחים מילוליים כדי להגיע למערכות יחסים גיאומטריים;**
- **לבדוק אם צורות גיאומטריות מוכרות הן סימטריות ולקבוע אילו קווי סימטריה יש להן;**
- **לדעת להשלים צורה סימטרית על סמך מחציתה וציר הסימטריה שלה;**
- **להקנות את המודעות שסימטריה או אסימטריה הן חלק מהתכונות של הצורות למיניהן;**

הצעה למערך: סימטריה שיקופית

הערה

התלמידים למדו בעבר על סימטריה שיקופית. הצעת המערך שלפניכם מתחילה בחזרה קצרה על הידע הקודם ועוברת להגדרה מדויקת יותר של הסימטריה, המתבססת על מרחק נקודה מישר.

עמוד 34

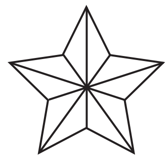
מ: [מצייר כוכב] מה ציירתי?

ת: כוכב

מ: האם הוא סימטרי?

ת: כן. יש לו 5 צירי סימטריה.

מ: ציירו אותם.



נחזור על תרגול שאתם מכירים מזמן. הרימו יד שמאל/ימין, הצביעו עם יד שמאל על כתף שמאל, עם יד ימין על כתף ימין, הצביעו עם יד שמאל על אוזן שמאל, עם יד ימין על אוזן ימין, הצביעו עם יד שמאל על עין שמאל, עם יד ימין על עין ימין, הצביעו עם יד שמאל על לחי שמאל, עם יד ימין על לחי ימין, הצביעו עם יד שמאל על נחיר שמאל, עם יד ימין על נחיר ימני ו"ציירו" בעזרת שתי האצבעות את ציר הסימטריה. מה עושה ציר הסימטריה לגוף?

ת: הוא מחלק את הגוף לשני חלקים שווים.

מ: איזה שם נוסף יש לציר הסימטריה?

ת: קו הסימטריה.

מ: מה אפשר לומר על הגוף אם אפשר להעביר עליו ציר סימטריה?

ת: הגוף שלנו סימטרי.

מ: מה פירוש הדבר שהגוף שלנו הוא סימטרי?

ת: שאפשר להעביר בו קו שמחלק אותו לשני חלקים שווים.

מ: מה אפשר לומר על ציר הסימטריה שלו?

ת: הוא מאונך.

מ: איזו סימטריה יש לו?

ת: סימטריה שיקופית.

מ: למה היא סימטריה שיקופית?

ת: כי צד אחד משתקף בצד השני.

מ: מה זו צורה סימטרית?

ת: צורה שיש לה ציר סימטריה שמחלק אותה לשני חלקים שווים, כך שלכל נקודה מצדו האחד יש נקודה מתאימה לה מצדו השני.

מ: התבוננו בעמוד 34. מה אפשר לדעת לגבי ציר הסימטריה מהתבוננות בו?
ציר הסימטריה יכול להיות מאונך, מאוזן ואלכסוני.

ת: ציר סימטריה חייב לחלק את הצורה לשני חלקים שווים.

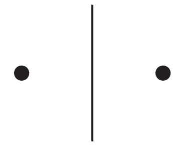
מ: ההגדרה המדוייקת של צורה סימטרית היא: "צורה שאפשר למצוא לה ציר סימטריה שמחלק אותה לשני חלקים שווים כך שלכל נקודה מהצד האחד של הציר תתאים נקודה מצדו השני". התבוננו בציורים וְאִמְרוּ מה פירוש הביטוי: לכל נקודה מהצד האחד תתאים נקודה מהצד השני? במה היא צריכה להתאים?

ת: היא צריכה להיות במרחק שווה מהציר כמו הנקודה המתאימה לה.

מ: מה פירוש הביטוי: במרחק שווה? מה זה מרחק של נקודה מישר?

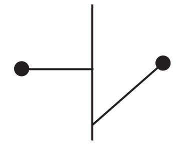
ת: [שגוי] אורך קו ישר שמעבירים מהנקודה אל ציר הסימטריה.

מ: הנה קו ישר. משני צדדיו ציירתי באופן סימטרי שתי נקודות.



עכשיו אני מעבירה שני קווים ישרים מהנקודות אל ציר הסימטריה.

האם האורך של הקטעים שציירתי שווה?



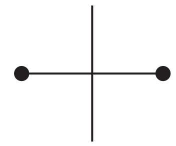
ת: לא.

מ: אבל אתם אמרתם שהמרחק של הנקודות מהציר חייב להיות שווה ושהמרחק הזה הוא אורך הקו הישר, כלומר, אורך הקטע שמחבר את הנקודות אל ציר הסימטריה. הנה העברתי ישרים, נוצרו קטעים שונים באורכם. האם מה שציירתי אינו סימטרי? או אולי טעינו במשהו אחר? אולי יש כמה מרחקים של נקודה מישר?

ת: לא. רואים ששתי הנקודות נמצאות במרחק שווה מציר הסימטריה.

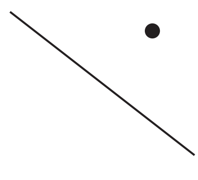
מ: אז מה זה המרחק הזה?

ת: הנה. זה המרחק.



מ: אינני מבינה. אני רואה שחיברתם את שתי הנקודות. אני מבינה שאם מחברים שתי נקודות בקו ישר, אורך הקטע שמחבר אותן הוא המרחק של שתי הנקודות זו מזו, אבל אני רוצה לדעת מהו המרחק בין נקודה לישר. איך הוא נמדד?

אני מציירת ישר כלשהו ונקודה מחוצה לו. נחשוב יחד איך למדוד את מרחק הנקודה מהישר.



ת: [שגוי] נחבר את הנקודה עם הישר.

מ: כבר ראינו שאפשר לחבר עם קטעים ישרים בכיוונים שונים ולקבל מרחקים שונים, לכן הִגדירו כך את המרחק בין נקודה לישר: "מרחק של נקודה מישר שווה לאורך הקטע שמחבר את הנקודה לישר ושיוצר עם הישר זווית בת 90 מעלות".

כאשר בין שני ישרים נוצרת זווית ישרה (בת 90 מעלות) אנחנו אומרים שהישרים מאונכים זה לזה. אפשר גם לומר שהישרים ניצבים זה לזה.

מי יכול להגדיר עכשיו מרחק בין נקודה לישר? השתמשו במילה 'מאונך'.

ת: מרחק של נקודה מישר הוא אורך הקטע המחבר את הנקודה עם הישר ומאונך לישר.

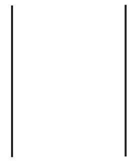
מ: נכון. אפשר לומר זאת כך: מרחק של נקודה מישר הוא אורך האנך היורד מהנקודה אל הישר.

אני זוכרת שכאשר לימדו אותי כיצד לחצות כביש בזהירות, אמרו לי את המשפט: "אלכסון הוא אסון". מה הקשר בין המשפט הזה למה שאנחנו לומדים?

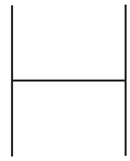
ת: הם התכוונו שכאשר חוצים כביש צריך לחצות בקו המאונך לכביש ולא באלכסון.

מ: למה?

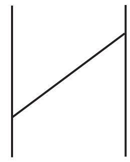
ת: אני אצייר את זה. אם זה כביש ואלו המדרכות שלו



צריך לחצות אותו כך:



ולא כך:



מ: למה?

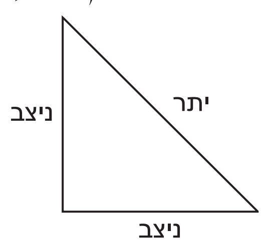
ת: הדרך הקצרה ביותר לעבור ממדרכה אחת לשנייה זה כאשר חוצים את הכביש בקו מאונך למדרכה, אז פחות מסתכנים.

מ: מעולה. מה הקשר של זה למה שאנחנו לומדים?

ת: אורך הקו הזה הוא המרחק הקצר ביותר בין שתי המדרכות, זה הקו שלפיו בטוח יותר לחצות את הכביש.

מ: את החוק הזה אפשר לנסח כך: האנך הוא הקטע הקצר ביותר המחבר נקודה מחוץ לישר עם נקודה הנמצאת על אותו הישר. לכן הוא נבחר לקביעת המרחק בין נקודה מחוץ לישר לבין הישר.

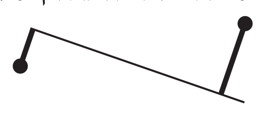
זִכְרוּ, כאשר שני ישרים מאונכים זה לזה אנחנו קוראים להם גם: ישרים ניצבים זה לזה. ישרים ניצבים זה לזה הם ישרים שכאשר הם נחתכים נוצרת ביניהם זווית ישרה. לכן, במשולש ישר זווית קוראים לצלעות שיוצרות את הזווית הישרה: ניצבים, ולצלע הנוספת קוראים יֶתֶר.



כתבו במחברת את הכותרת: "מרחק של נקודה מישר" ורִשְׁמוּ את הגדרת המרחק של נקודה מישר.

עכשיו סרטטו ישרים בכיוונים שונים ונקודות כלשהן מחוצה להם וסרטטו את המרחקים של הנקודות מאותו ישר.

ת: סימנתי את המרחק של הנקודות מהישר בקו מודגש. זה בסדר?



מ: זה מצוין. אבל עדיין לא סיימנו את הנושא. אמרנו שישר מאונך לישר אם ביניהם נוצרת זווית ישרה. גשו ללוח וציירו עליו ישר מאוזן.

ת: הנה

מ: עכשיו גשו ללוח וציירו עליו ישר מאונך.

ת:

מ: איך זה יכול להיות?

ת: זה ישר מאונך. כך למדנו. את לימדת אותנו.

מ: אולי טעיתי? אני לא רואה כאן שום זווית ישרה. לפני רגע אמרתי שישרים מאונכים הם ישרים שביניהם נוצרת זווית ישרה. איפה הזווית הזאת?

ת: [שגוי] אז אולי הישר הזה בכלל לא מאונך?

מ: לא טעיתי הוא בכל זאת מאונך.

ת: מאונך לְמה?

מ: זו בדיוק השאלה. הוא מאונך לאיזה ישר שלא סרטטנו והוא רק בדמיוננו.

ת: אני מבין. הוא מאונך לקו התחתון של הלוח. אם נאריך אותו הוא ייצור עם הקו התחתון של הלוח זווית ישרה.

מ: זה רעיון לא רע, אבל אם למישהו אין לוח והוא רוצה לצייר במחברת אז הוא לא יוכל לצייר קו מאונך?

ת: אני יודע. הוא מאונך לריצפה. במחברת הוא מאונך לקו התחתון של המחברת שהוא כמו הקו של הריצפה.

מ: זה כבר יותר קרוב, אבל במקום ריצפה נחשוב על משהו כללי שכולנו מצויים עליו.

ת: הוא מאונך לכדור-הארץ.

מ: יפה. אבל כדור-הארץ הוא כדור ואי אפשר ליצור זווית עם קווים לא ישרים.

ת: אבל בקטע כל-כך קטן של כדור-הארץ אפשר לומר שהוא כמעט קו ישר, לכן אפשר לומר שהישר הזה מאונך לכדור-הארץ. אפילו אפשר לומר שהוא מאונך לריצפה כי היא מקבילה [כמעט] לכדור-הארץ.

הערה

למעשה הישר מאונך למשיק לכדור-הארץ, אבל אין צורך להכביד על התלמידים במונחים שדורשים העמקה, לכן הסתפקנו כאן בהגדרת המאונך כפי שהיא.

סיכום

מ: למדנו היום מספר מושגים. מי יכול לסכם את מה שלמדנו? חִשְבו באיזה סדר כדאי לסכם הכל.

ת: לפי דעתי, צריך להתחיל בישרים מאונכים, אחר כך במרחק של נקודה מישר, אחר כך בציר הסימטריה ובהגדרת הסימטריה.

- למדנו שישר מאונך לישר אם בין הישרים נוצרת זווית ישרה.
- למדנו שכאשר אנחנו אומרים סתם ישר מאונך, אנחנו מתכוונים לישר המאונך לכדור-הארץ.
- למדנו שפני כדור-הארץ עקומים ולכן אינם יכולים ליצור זווית, אבל בתחום קטן מאוד הם כמעט ישרים, לכן אפשר לדבר על ישר המאונך להם.
- למדנו שמרחק של נקודה מישר הוא האורך של האנך היורד מהנקודה אל הישר.
- למדנו שציר הסימטריה נקרא גם קו הסימטריה.
- למדנו שציר הסימטריה מחלק צורה לשני חלקים שווים כך שלכל נקודה מצדו האחד של הציר יש נקודה מתאימה לה מצדו השני.
- למדנו שהנקודות המתאימות בצורה סימטרית נמצאות במרחק שווה מציר הסימטריה.
- למדנו שצורה שניתן להעביר לה ציר סימטריה שמקיים את ההתאמות האלה בין הנקודות היא צורה סימטרית.

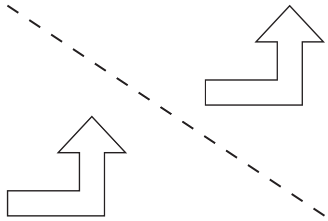
מ: הסתכלו בחדר הכיתה ומצאו היכן יש בו צורות סימטריות והיכן עובר בצורות אלה ציר הסימטריה.
מה נתון לנו בעמוד 34?

ת: חצי של צורות סימטריות וציר סימטריה מבקשים שנשלים את הציור.

מ: איך נפתור את סעיף ד'?

ת: [שגוי] נעתיק את החץ.

מ: העתקתי אותו :



האם לציור הזה יש סימטריה שיקופית?

ת: (שגוי) כן.

מ: האם התשובה נכונה?

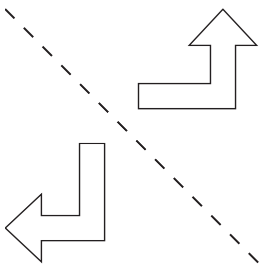
ת: לא.

מ: למה?

ת: מה שציירנו על הלוח זו הזזה, זה לא שיקוף.

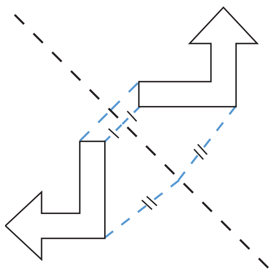
מ: אם כך, איך אתם מציעים לבנות את השיקוף?

ת: לקחתי נייר, העתקתי עליו את החץ וציר הסימטריה
וקיפלתי אותו במקום של ציר הסימטריה



מ: איך נדע אם התשובה שקיבלנו נכונה?

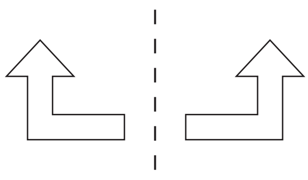
ת: נמדוד את המרחק בין נקודות על החץ לבין ציר הסימטריה. כך:



מ: נעשה את זה במספר נקודות ונראה אם המרחק של הנקודות השונות באמת שווה. נסמן בקו אחד מרחקים שווים, בשני קווים מרחקים אחרים שווים, וכך הלאה. מישהו פתר את המשימה אחרת?

ת: כן. סימנתי מספר נקודות מסביב לחץ ראשון. מהן העברתי קטעים מאונכים לציר הסימטריה הנתון באמצעות הכלי של המשולש ישר הזווית. סימנתי מהצד השני של ציר הסימטריה את הנקודות ואז חיברתי אותן וקיבלתי את הציור השלם.

מ: איך היינו עושים את השיקוף אם ציר הסימטריה היה מאונך? למשל, כך?



ת: זה יותר קל. אפשר על-ידי קיפול, אפשר על-ידי קביעת הנקודות שרחוקות במרחק שווה מהציר.

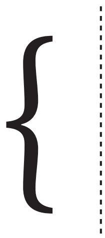
פרק 3: סימטריה

1. סימטריה שיקופית

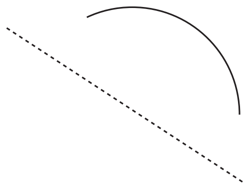
לפניכם מחציתם של ציורים סימטריים עם צירי הסימטריה שלהם.

השלימו על–ידי שיקוף את המחצית השנייה.

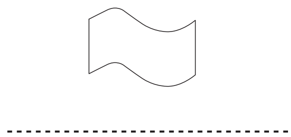
א.



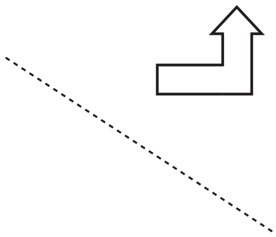
ב.



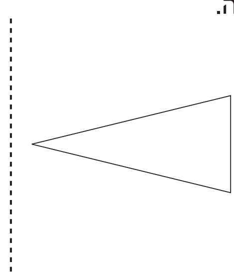
ג.



ד.



ה.

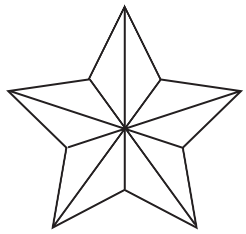


ו.

הצעה למערך: סימטריה סיבובית

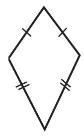
עמוד 35

מ: אני מצייר כוכב.



ת: [מתקדם] הנקודה שבמרכז היא נקודת הסיבוב, כל "זרוע" של הכוכב יוצרת דלתון עם אלכסון, אותו אנחנו מסובבים סביב נקודת הסיבוב.

מ: השתמשנו בשני מושגים שכדאי שנכיר: דלתון, אלכסון. אנחנו עוד נלמד אותם ברגע זה אני רק מציג אותם לכיתה זה דלתון:



מ: מהן תכונות הסימטריה הסיבובית?

ת: כל צורה חוזרת על עצמה בדיוק. אותו דלתון חוזר על עצמו 5 פעמים.

מ: נכון. כל צורה עוברת לצורה החופפת לה.

ת: הסיבוב נעשה סביב נקודת הסיבוב.

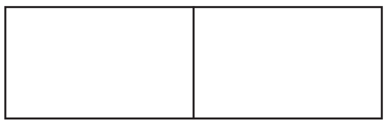
מ: לנקודת הסיבוב, שהיא מרכז הסיבוב, קוראים "נקודת שֶׁבֶת".

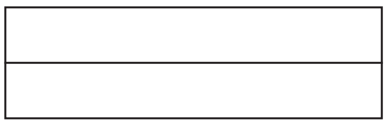
ת: הסיבוב נעשה כל הזמן באותו כיוון.

מ: אנחנו אומרים שהסיבוב 'שומר מגמה', כלומר, שומר על אותו כיוון של הסיבוב וגם של מרכיבי החלק המסתובב, החלק המוארך פונה תמיד החוצה.

ציירו מלבן במחברת. האם הוא סימטרי?

ת: כן. יש לו שני צירי סימטריה.

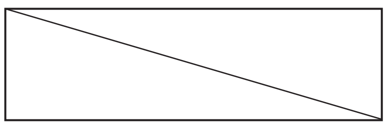




[שגוי] אני רואה עוד ציר סימטריה.

מ: היכן?

ת:



מ: לקו הזה קוראים אלכסון ועוד נלמד עליו.

איך נדע אם זהו ציר סימטריה?

תמר: נצייר מלבן עם אלכסון ונקפל אותו בקו של האלכסון.

מ: זה רעיון מצוין.

מה מראה תמר?

ת: היא מראה שהאלכסון אינו ציר סימטריה.

מ: למה?

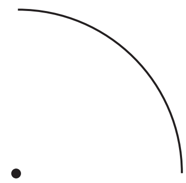
ת: כי שני החלקים אינם מתאימים זה לזה. רואים את זה בקיפול.

2. סימטריה סיבובית

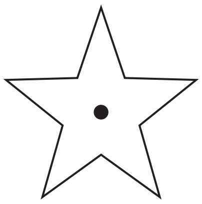
סובבו בדמיונכם את הצורות הבאות סביב נקודת השֶבֶת המסומנת, ונסו לראות אם יש חלק של סיבוב שבו הצורה חוזרת על עצמה.

הקיפו באדום את הצורות שיש בהן סימטריה סיבובית.
נמקו מדוע הן בעלות סימטריה סיבובית.
תזכורת: מרכז של סימטריה סיבובית היא נקודה שסיבוב קטן מסיבוב שלם סביבה מעתיק את הצורה על עצמה.

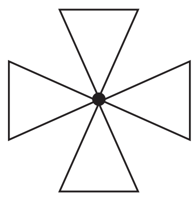
א.



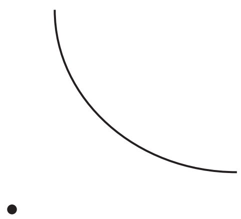
ב.



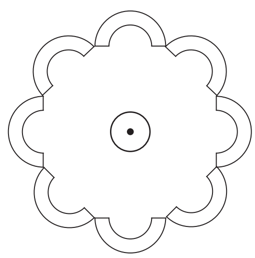
ג.



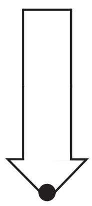
ד.



ה.



ו.

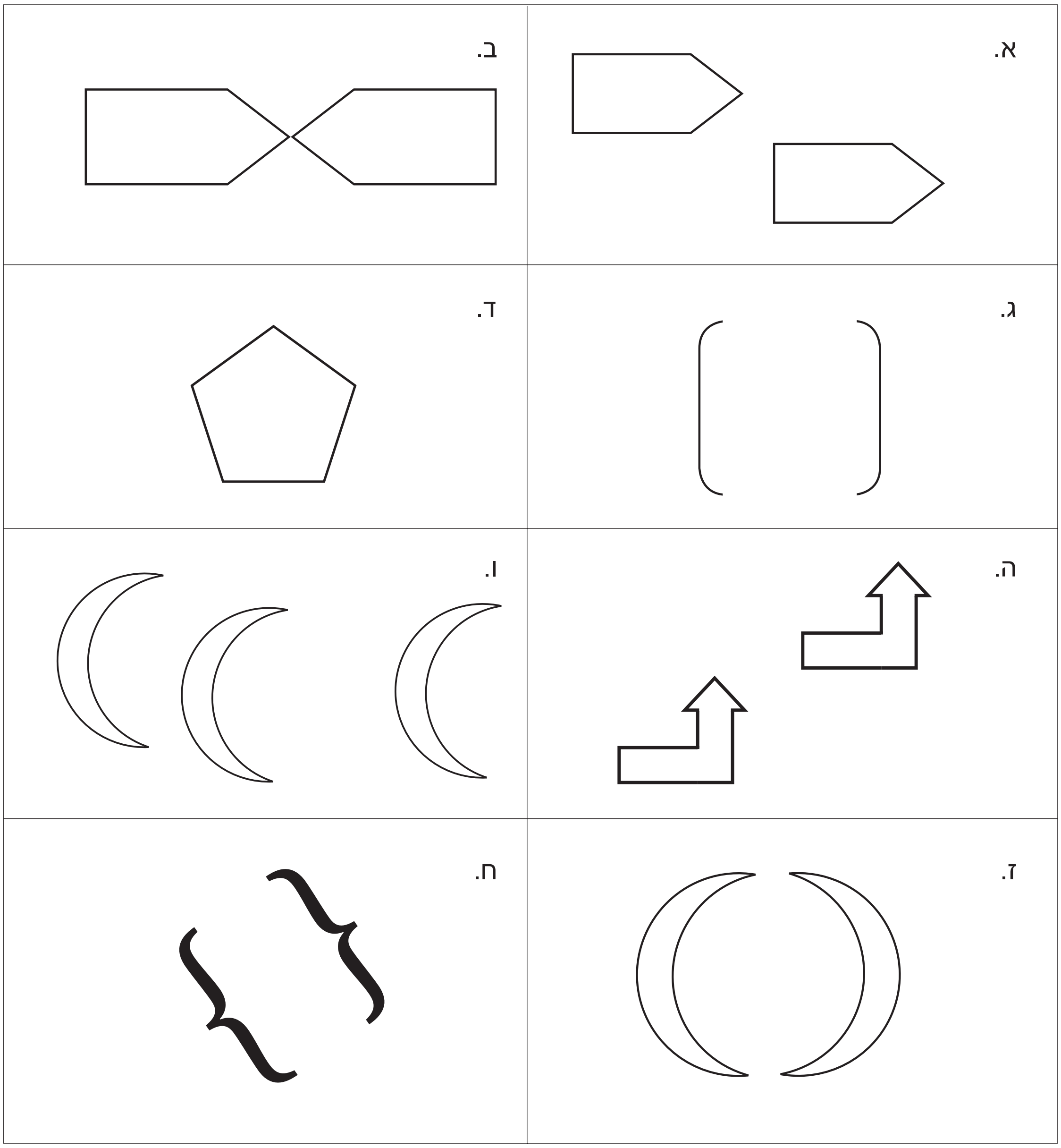


3. הזזה

לפניכם מספר ציורים.

א. הקיפו באדום את הציורים שיש בהם סימטריה שיקופית וסרטטו את ציר הסימטריה שלהם. אם יש בציור יותר מציר סימטריה אחד, ציירו את כולם.

ב. צִבְעוּ בירוק את הסרטוטים שבהם יש צורה שהיא הזזה של צורה אחרת הנמצאת בציור. בהזזה הצורה אינה משנה גודל ואינה משנה כיוון.

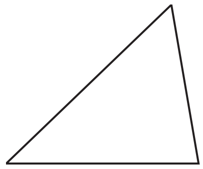


פרק 4 – משולשים

הצעה למערך – מיון משולשים לפי צלעות ולפי זוויות

מ: [מציירת משולש כלשהו ושואלת]: מה ציירתי?

ת: משולש.



מ: נסו להגדיר מהו משולש.

ת: מצולע בעל 3 צלעות.

מ: מה זה מצולע?

ת: קו שבור סגור.

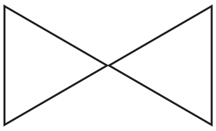
הבהרה מתמטית

בהצגה הראשונית של קו שבור סגור ושל קו עקום סגור נאמר שקו סגור הוא קו שנקודת המוצא שלו ונקודת הסיום שלו מתלכדות.

ברמה של כיתה ד׳ יש להעמיק את ההגדרה:

קו סגור הוא קו שנקודת המוצא שלו ונקודת הסיום שלו מתלכדות **ואין הוא חותך עצמו באף נקודה נוספת.**

מטרת ההסתייגות הזאת היא להבהיר שצורה כזאת:



אינה קו שבור סגור אחד, לכן זה אינו מצולע. צורה זו מורכבת משני מצולעים.

כמו כן, צורה דמויית 8 אינה קו עקום סגור. זוהי צורה המורכבת משני קווים עקומים סגורים.

מ: מה זו צלע?

ת: צלע זה קטע אחד מהקו השבור.

מ: אמרתם שמשולש הוא מצולע בעל 3 צלעות. מה עוד אפשר לספר על המשולש הזה?

ת: על פי התרשים נראה שיש לו זוויות חדות.

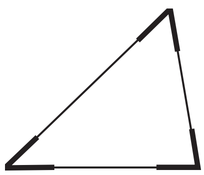
מ: זה נכון, אבל לפני שנטפל בסוג הזוויות, אִמְרוּ כמה זוויות יש לו?

ת: יש לו 3 זוויות.

מ: מיקי, גש ללוח והראה לנו את הזוויות.

ת:

.



הערה

בשלב זה אין לציין זוויות בעזרת קשתות, כי יש תלמידים שמתבלבלים בין הזווית עצמה לבין הקשת המציינת אותה. יש להבטיח שזיהוי הזוויות יהיה ודאי. רק בשלב מאוחר יותר נעבור לציון הזוויות בתוך צורה גיאומטרית באמצעות קשת. יש להסביר לתלמידים שסימון הזווית בקשת מציין שזו זווית שמודדים את גודלה בקשתות.

מ: מה עוד אפשר לומר על משולש?

ת: יש לו 3 קדקודים.

מ: למשולש יש 3 קדקודים, 3 צלעות, 3 זוויות. איזו מילה מסתתרת במילה: משולש?

ת: שלוש.

מ: נזכרנו לָמה קוראים למשולש משולש. עכשיו נכיר את המשולש שעל הלוח. אילו תכונות מייחדות אותו?

ת: כל הזוויות שלו נראות חדות.

מ: מה זו זווית חדה?

ת: זווית קטנה מזווית ישרה.

מ: איך קוראים למשולש כזה?

ת: משולש חד-זוויות.

מ: מי יכול לנסח את ההגדרה של משולש חד-זוויות?

ת: משולש חד-זוויות הוא משולש שכל זוויותיו חדות.

מ: מה נוכל לומר על המשולש שציירתי מבחינת הצלעות?

ת: אורכי כל הצלעות במשולש הזה שונות זו מזו.

מ: איך נקרא למשולש שלכל צלע שלו יש אורך שונה?

ת: משולש שונה צלעות.

מ: מהי ההגדרה של משולש שונה צלעות?

ת: משולש שונה צלעות הוא משולש שאורכי צלעותיו שונים זה מזה.

מ: רשמתי על הלוח את שתי ההגדרות שאמרתם על המשולש. אמרתם שהמשולש הוא חד-זוויות ושונה צלעות. איך זה ייתכן שהוא גם חד-זוויות וגם שונה צלעות?

ת: לפי הצלעות הוא שונה צלעות, לפי הזוויות הוא חד-זוויות.

מ: אם כך, אפשר למיין משולשים לפי צלעות ולפי זוויות. נכין יחד פלקט, שכותרתו: מיון משולשים. נכתוב לפי מה אנחנו ממיינים את המשולשים, נחלק את הפלקט לשני חלקים: מיון משולשים לפי צלעות ומיון משולשים לפי זוויות.

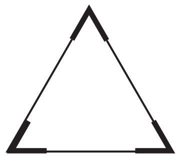
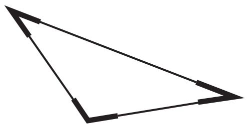
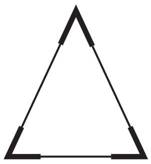
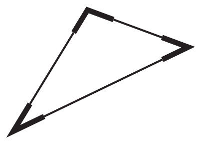
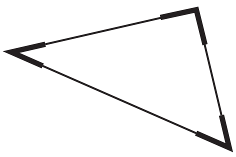
חשוב מאוד לבנות את הפלקט על מיון משולשים יחד עם התלמידים שלב אחר שלב.

בכל שלב המורה תציג משולש על הלוח ותבקש מהתלמידים לומר את שמו לפי הזוויות ואת שמו לפי הצלעות, כפי שתואר לעיל. ואז היא תמלא איתם את הטבלה.

בסיום הפלקט יש להגיע למסקנה שכל משולש שייך בעת ובעונה אחת לשתי קטגוריות:

1. מיון לפי צלעות.
2. מיון לפי זוויות.

מיון משולשים

לפי זוויות		לפי צלעות	
משולש ישר זווית הגדרה: משולש בעל זווית אחת ישרה.		**משולש שווה צלעות** הגדרה: משולש שכל צלעותיו שוות זו לזו.	
משולש קהה זווית הגדרה: משולש בעל זווית אחת קהה.		**משולש שווה שוקיים** הגדרה: משולש ששתיים מצלעותיו שוות זו לזו.	
משולש חד-זוויות הגדרה: משולש שכל זוויותיו חדות.		**משולש שונה צלעות** הגדרה: משולש שכל צלעותיו שונות זו מזו.	

מ: קִרְאוּ את עמודים 37–38 ובצעו את הפעילות בעמוד 39–40.

עמוד 38

הזווית בראש העמוד עדיין מסומנת בסרטוט על ידי הדגשתה ולא על ידי קשת, כדי להבטיח שהתלמיד יבחין בין הזווית עצמה לבין הסימון שלה.

המשך העמוד מְזַמֵּן שיחה על מיון משולשים.

אפשר למיין משולשים לפי צלעות, אפשר למיין משולשים לפי זוויות ואפשר למיין משולשים גם לפי צלעות וגם לפי זוויות.

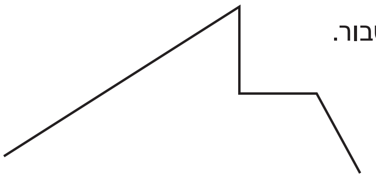
הרחבה בנושא המיון: אפשר למיין ספרים לפי נושאיהם, למשל, ספרי הרפתקאות, אפשר למיין לפי גיל הקורא, למשל, ספרים לילדי כיתה א׳ ואפשר למיין גם לפי הנושא וגם לפי גיל הקורא, למשל, ספרי הרפתקאות לילדי כיתה א׳.

הרחבת הנושא מעבר להנדסה מקנה משמעות נוספת לפעילות המתמטית.

פרק 4: משולשים

קו

קו המורכב מקטעים רצופים בעלי **כיוון** שונה נקרא קו שבור.



קו שבור שנקודת המוצא שלו מתלכדת עם נקודת הסיום שלו והוא אינו חותך את עצמו, נקרא קו שבור סגור. קו שבור סגור יוצר **מצולע**.

כל קטע במצולע נקראת **צלע.**

הגדרות

משולש הוא מצולע בעל שלוש צלעות.

מרובע הוא מצולע בעל ארבע צלעות.

מחומש הוא מצולע בעל חמש צלעות.

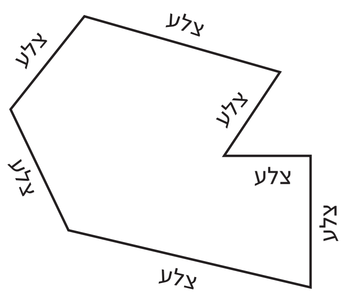
משושה הוא מצולע בעל שש צלעות.

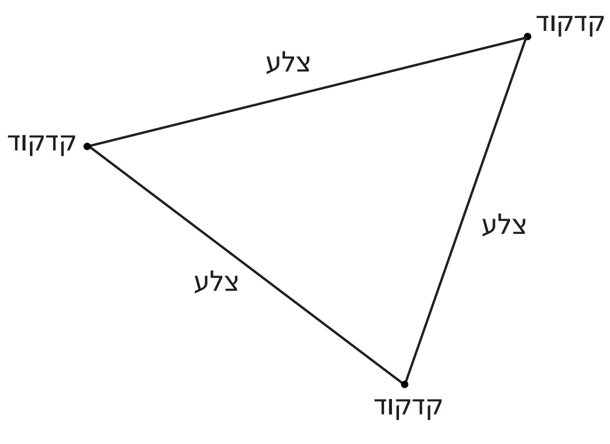
משובע הוא מצולע בעל שבע צלעות.

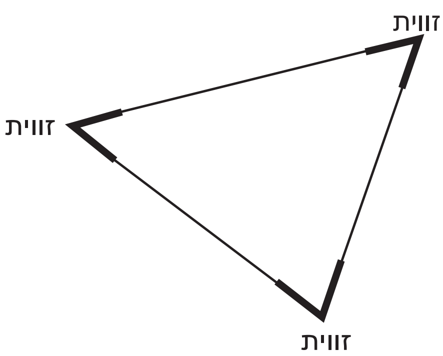
מתומן הוא מצולע בעל שמונה צלעות.

מתושע הוא מצולע בעל תשע צלעות.

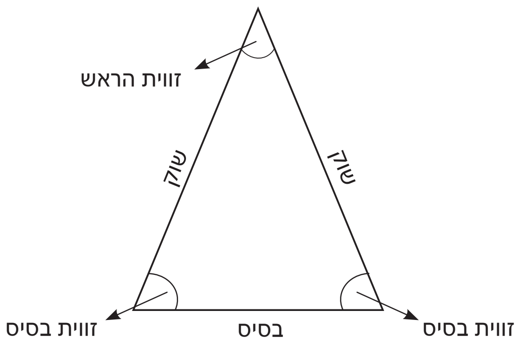
מעושר הוא מצולע בעל עשר צלעות.

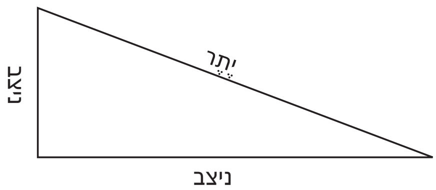






לצלעות ולזוויות של משולש שווה שוקיים ומשולש ישר זווית יש שמות מיוחדים:





סוגי משולשים

משולש שאחת מזוויותיו קהה נקרא: **משולש קהה זווית**.

משולש שאחת מזוויותיו ישרה נקרא: **משולש ישר–זווית**.

משולש שכל זוויותיו חדות נקרא: **משולש חד זוויות**.

משולש שכל צלעותיו שוות זו לזו נקרא: **משולש שווה צלעות**.

משולש ששתיים מצלעותיו שוות זו לזו נקרא: **משולש שווה שוקיים**.

משולש שכל צלעותיו שונות זו מזו נקרא: **משולש שונה צלעות**.

פעילות

1. סרטטו במחברת משולש קהה זווית ושווה שוקיים.
2. סרטטו במחברת משולש שונה צלעות וחד–זוויות.
3. סרטטו במחברת משולש שווה צלעות. מִדְדוּ את זוויותיו. והשלימו את המשפט הבא:
   במשולש שווה צלעות כל הזוויות *שוות* זו לזו. כל זווית היא בת *60* מעלות. משולש שווה צלעות הוא משולש *חד* זוויות.
4. סרטטו במחברת משולש שווה שוקיים חד–זוויות.
5. סרטטו במחברת משולש שווה שוקיים קהה זווית.
6. סרטטו במחברת משולש ישר–זווית ושווה שוקיים.
7. סרטטו במחברת משולש שונה צלעות וחד–זוויות.
8. סרטטו במחברת משולש קהה זווית כלשהו. סמנו את הזווית הקהה.

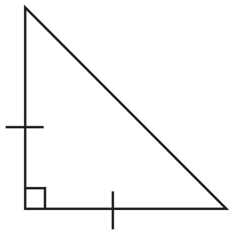
עמוד 39

העמוד עוסק בזיהוי ובקשר שנוצר בין מלל לסרטוט.

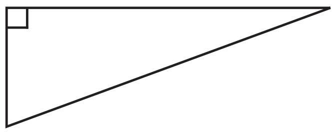
מיון משולשים לפי זוויות, צלעות וסימטריה

1. חברו בקו את המשולש עם התיאור המתאים לו.

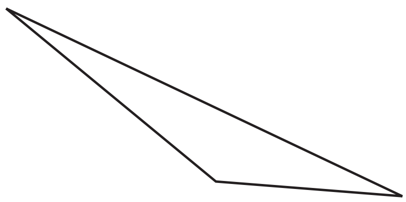
א. משולש ישר-זווית שונה צלעות



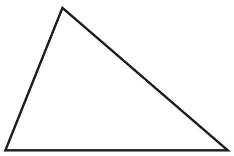
ב. משולש קהה-זווית שונה צלעות



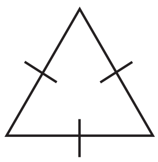
ג. משולש חד-זוויות שווה צלעות



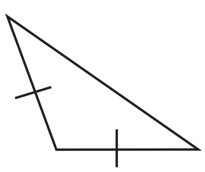
ד. משולש ישר-זווית שווה שוקיים



ה. משולש חד-זוויות שונה צלעות

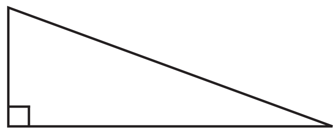


ו. משולש קהה-זווית שווה שוקיים

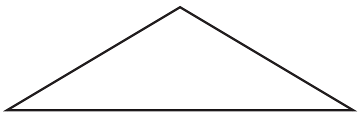


2. מדדו בעזרת סרגל ומד–זווית, והשלימו את החסר.

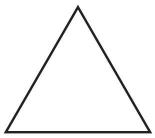
א. המשולש הזה הוא משולש ישר זווית ושונה צלעות.



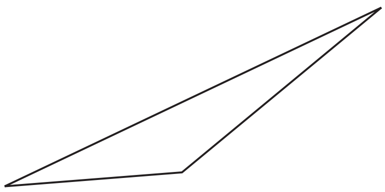
ב. המשולש הזה הוא קהה זווית ושווה שוקיים.



ג. המשולש הזה הוא שווה צלעות, לכן הוא חד–זוויות.



ד. המשולש הזה הוא קהה זווית ושונה צלעות.



אפשר למיין משולשים לפי צלעות ולפי זוויות.

הצעה למערך: שילוב סימטריה במיון משולשים

עמודים 43-41 יינתנו כעבודה עצמית.

עמוד 41 מצרף להגדרות ולסרטוט שימוש בכלים הנדסיים.

הנחיה לפתרון תרגיל (7) בעמוד 43.

מומלץ ללוות כל סעיף בסרטוט מתאים. הסרטוטים של התלמידים עשויים לגזול זמן רב. עם זאת, אין לדלג עליהם כי הם המקנים את תחושת הצורות ותכונותיהם, וגם מעצימים את החווייה המהנה של יצירתיות.

דוגמאות

איך מסרטטים משולש שווה צלעות?

נסרטט קטע. נשתמש במחוגה כדי למדוד אותו. משני קצות הקטע נחוג קשתות במחוג השווה לאורך הקטע הראשון. הקשתות נחתכות בנקודה, שהיא הקדקוד השלישי של המשולש. נחבר את קצות הקטע הנתון לנקודה זו.

איך מסרטטים משולש שווה שוקיים?

נסרטט קטע כלשהו. משני קצותיו נחוג קשת כלשהי. מכל קצה נחוג אותה קשת. הקשתות נחתכו בנקודה שהיא הקדקוד השלישי של המשולש. דאגו שהקשתות יהיו ברדיוס גדול מספיק כדי שיחתכו זו את זו.

לסיום הפרק מומלץ להציע לתלמידים לצייר באופן חופשי ציור כלשהו שיורכב ממשולשים שונים וצבעוניים.

3. ציירו בטבלה הבאה משולשים מתאימים. אפשר לצייר כמה משולשים בכל משבצת.

מיון משולשים	
לפי צלעות	**לפי זוויות**
משולשים שווי צלעות	משולשים קהי זווית
משולשים שווי שוקיים	משולשים ישרי–זווית
משולשים שוני צלעות	משולשים חדי–זוויות

4. אילו מהמשולשים שציירתם הם סימטריים? העתיקו אותם למחברת וסמנו בהם את ציר הסימטריה.

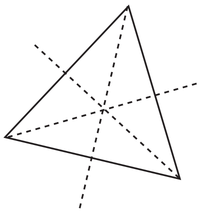
5. האם יש משולשים בעלי מספר צירי סימטריה? אם כן, ציירו אותם ואת ציריהם במחברת.

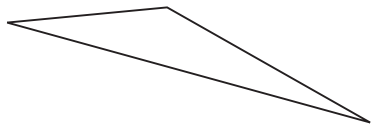
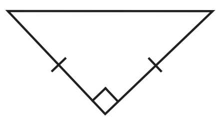
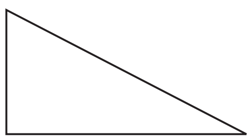
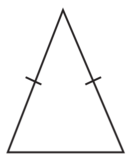
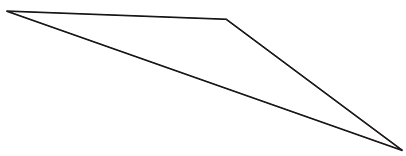
41

6. לפניכם משולשים שונים. רִשמוּ לצד כל משולש, לפי הדוגמה, לאיזו קבוצה הוא שייך, לפי צלעותיו ולפי זוויותיו. אם המשולש סימטרי, רשמו כמה צירי סימטריה יש לו, וציירו אותם בקו מקווקוו.

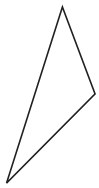
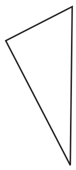
דוגמה:

זהו משולש **שווה צלעות**.
זהו משולש **חד זוויות**.
זהו משולש **סימטרי**.
יש לו **3 צירי סימטריה**.



זהו משולש קהה זווית. זהו משולש שונה צלעות. זהו משולש א-סימטרי. ~~יש לו~~ אין לו אף ציר סימטריה.	
זהו משולש ישר זווית. זהו משולש שווה שוקיים. זהו משולש סימטרי. יש לו ציר סימטריה אחד.	
זהו משולש ישר זווית. זהו משולש שונה צלעות. זהו משולש א-סימטרי. ~~יש לו~~ אין לו אף ציר סימטריה.	
זהו משולש חד זוויות. זהו משולש שווה שוקיים. זהו משולש סימטרי. יש לו ציר סימטריה אחד.	
זהו משולש קהה זווית. זהו משולש שווה שוקיים. זהו משולש סימטרי. יש לו ציר סימטריה אחד.	

מומלץ לערוך את הדיון בסעיפים האלה בליווי הדגמות וסרטוטים, לדוגמה, בדיון על סעיף ו׳ אפשר לתת ללומדים לסרטט משולשים קהי-זווית ולחפש אחד שהוא סימטרי ולבדוק אם אפשר למצוא לו עוד צירי סימטריה.

זהו משולש קהה זווית. זהו משולש שונה צלעות. זהו משולש א-סימטרי. ~~יש לו~~ אין לו אף ציר סימטריה.	
זהו משולש ישר זווית. זהו משולש שונה צלעות. זהו משולש א-סימטרי. ~~יש לו~~ אין לו אף ציר סימטריה.	

7. ענו במחברת על השאלות הבאות, נמקו והדגימו בציור מתאים.

א. האם ייתכן משולש חד-זווית שאינו שווה שוקיים? כן. יש משולשים חדי-זוויות שאינם שווי שוקיים.

ב. האם ייתכן משולש שווה שוקיים שאינו חד-זוויות? כן. יש משולשים שווי שוקיים בעלי זווית אחת קהה או בעלי זווית אחת ישרה.

ג. האם כל משולש שווה צלעות הוא סימטרי? כן. כל משולש שווה צלעות הוא סימטרי ויש לו 3 צירי סימטריה.

ד. האם כל משולש ישר-זווית אינו סימטרי? לא. יש משולשים ישרי זווית סימטריים ויש משולשים ישרי זווית שאינם סימטריים, לכן אי אפשר לומר שכל משולש ישר זווית הוא סימטרי וגם אי אפשר לומר שכל משולש ישר זווית הוא א-סימטרי.

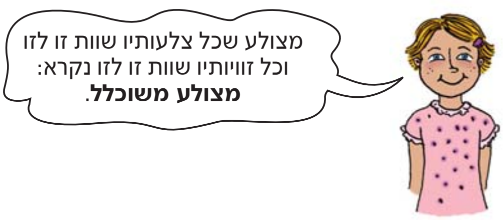
ה. האם כל משולש קהה-זווית הוא שווה שוקיים? לא. יש משולשים קהי-זווית שהם שווי שוקיים ויש משולשים קהי זווית שאינם שווי שוקיים, לכן אי אפשר לומר שכל המשולשים קהי הזווית הם שווי-שוקיים.

ו. האם ייתכן שלמשולש קהה-זווית יהיו שלושה צירי סימטריה? לא. משולש קהה-זווית לא יכול להיות משולש שווה-צלעות. רק למשולש שווה-צלעות יש 3 צירי סימטריה.

ז. האם ייתכן שמשולש חד-זוויות יהיה סימטרי? כן. אם המשולש חד-הזוויות הוא שווה שוקיים, אז יש לו ציר סימטריה אחד. אם המשולש חד-הזוויות הוא שווה-צלעות, יש לו 3 צירי סימטריה. מאחר שמשולש חד-זוויות יכול להיות שווה-שוקיים או שווה-צלעות, ייתכן שמשולש חד-זוויות יהיה סימטרי.

ח. האם ייתכן שמשולש שונה צלעות יהיה סימטרי? לא. משולש שצלעותיו שונות זו מזו אינו יכול להיות סימטרי. רק משולשים שווי-שוקיים או משולשים שווי-צלעות יכולים להיות סימטריים.

ט. לאיזה סוג של משולש יש תמיד ציר סימטריה אחד? למשולש שווה-שוקיים יש ציר סימטריה אחד.



43

פרק 5 – משפחת המרובעים

בפרק זה נכיר את שמות המרובעים השונים, את תכונותיהם, את ההגדרות שלהם ואת המסקנות הנובעות מהגדרות אלה.

התלמידים ישלבו שימוש בכלים הנדסיים במטרה לחקור את הצורות השונות וייעזרו בכתיבה הפורמלית להצגת התכונות.

לנוחותכם, פירטנו תשובות לשאלות, ובמיוחד לאלה הדורשות ניסוח מילולי מדויק והנמקות.

כדי שההוראה תהיה יעילה, כדאי להפעיל את הילדים על ידי סרטוטים והדגמות.

חשוב ביותר להסביר ללומדים שהמסקנות אליהן נגיע מתייחסות רק לתופעות שאנחנו בודקים. אם רוצים לוודא שמדובר בתכונות כלליות עלינו לחפש הוכחה כוללת שתילמד בעתיד.

הצעה למערך: חזרה על משפחת המרובעים:

ריבוע ומלבן: צלעות נגדיות, צלעות סמוכות, זוויות נגדיות, זוויות סמוכות

מ: אילו מרובעים אתם מכירים?

ת: ריבוע, מלבן, מקבילית.

מ: למה אומרים שהם שייכים למשפחת המרובעים?

ת: כי יש להם 4 צלעות.

מ: סרטטו במחברות ריבוע, מלבן ומקבילית. השתמשו בסרגל והיעזרו במשבצות.
מה אתם יודעים על הצורות האלה? הנחו את התלמידים להשתמש במונחים הקבלה, זוויות, אורכים, שוויון צלעות.
אילו מרובעים נוספים הכרנו בעבר?

ת: טרפז.

מ: ציירו במחברות טרפז. אילו תכונות מאפיינות טרפז?

ת: יש לו שתי צלעות מקבילות ושתיים שאינן מקבילות.

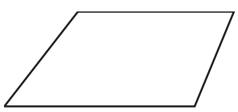
מ: לצלעות המקבילות של הטרפז יש שמות: בסיס קטן, בסיס גדול. גם לצלעות הלא מקבילות יש שם: שוקיים. ציירו במחברות כמה טרפזים בכיוונים שונים.
אני מבקשת שהפעם לא תיעזרו במשבצות ותסרטטו את הטרפזים בכיוונים שונים.

הערה

יש להקפיד שלא כל הטרפזים יהיו שווי שוקיים.

למשל, גם מרובע זה הוא טרפז, כי הוא עונה על דרישות ההגדרה של הטרפז:

הוא מרובע ורק שתיים מצלעותיו מקבילות זו לזו.



מ: האם הכרנו עוד מרובע?

ת: כן. מעוין.

מ: מהו מעוין?

ת: מעוין הוא מקבילית שוות צלעות.

מ: למה לא נאמר שמעוין הוא מרובע שווה צלעות?

ת: המעוין הוא מרובע כמו שמקבילית היא מרובע.

מ: זה עדיין לא מסביר מדוע התחלנו את ההגדרה במילה: 'מקבילית' ולא במילה 'מרובע'.

ת: כאשר מתחילים ב"מקבילית" יותר מדייקים. יש הרבה מרובעים. אם רוצים לדייק צריך לומר "מקבילית". זה כבר כולל גם את המרובע וגם את המקבילית.

מ: מה זו מקבילית?

ת: מקבילית היא מרובע ששני הזוגות של הצלעות הנגדיות שלו מקבילות.

מ: מהו ריבוע?

ת: מקבילית שכל הצלעות שלה שוות ויש לה זוויות ישרות.

מ: מהו מלבן?

ת: מקבילית ישרת זווית.

מ: הגדרתם מה הם: מקבילית, מלבן, ריבוע, מעוּיָן. אמרתם שכולם שייכים למשפחת המרובעים וכולם מקביליות. האם גם הטרפז הוא מקבילית?

ת: לא, כי יש לו רק זוג אחד של צלעות נגדיות מקבילות. למקבילית יש שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות.

מ: נכין יחד פלקט, ונרכז את כל ההגדרות שלנו.

כדי להגדיר מושג יש:

א. לציין את הקבוצה הכוללת הקרובה ביותר;

ב. לציין תכונה או תכונות המבדילות את המושג אותו רוצים להגדיר מהפריטים שבקבוצה הכוללת הקרובה ביותר;

ג. להציג את התכונות המבדילות כך שאף תכונה לא תנבע כהיקש מאחרות.

לדוגמה:

הקבוצה הכוללת הקרובה ביותר של הריבועים היא קבוצת המעויינים:

כל ריבוע הוא מעוּיָן;

כל מעוּיָן הוא מקבילית;

כל מקבילית היא מרובע.

אפשר גם:

הקבוצה הכוללת הקרובה ביותר של הריבועים היא קבוצת המלבנים:

כל ריבוע הוא מלבן;

כל מלבן הוא מקבילית;

כל מקבילית היא מרובע.

פרק 5: משפחת המרובעים

השלימו את המשפטים הבאים.

מצולע הוא קו שבור סגור.

מצולע בעל 3 צלעות נקרא משולש, כי יש לו 3 קדקודים, 3 זוויות וְ־3 צלעות.

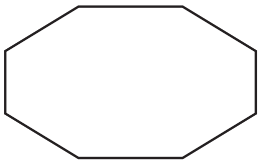
מצולע בעל 4 צלעות נקרא מרובע.

מצולע בעל 5 צלעות נקרא מחומש.

מצולע בעל שש צלעות נקרא משושה.

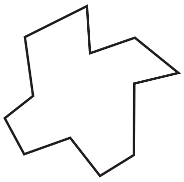
מצולע בעל שבע צלעות נקרא משובע.

המצולע הבא נקרא מתומן.



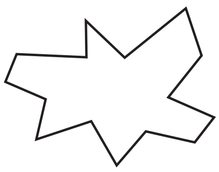
מצולע בעל 9 צלעות נקרא מתושע.

מצולע בעל 10 צלעות נקרא מעושר.



מצולע בעל מספר צלעות גדול מ־10 נקרא על שם מספר צלעותיו.

למצולע זה 12 צלעות. מצולע זה נקרא מצולע בעל 12 צלעות.



זהו מצולע בעל 15 צלעות.

44

הצעה למערך: סימון מקבילות, הגדרות, חקירת התכונות של המקבילית

מ: קִרְאוּ את עמוד 44–45 וציירו ציור כלשהו שיהיה מורכב ממרובעים שונים שאתם מכירים.

הציור החופשי ייעשה בצבעי עיפרון בעזרת סרגל, משולש ומד-זווית.

לאחר הציור החופשי.

מ: ציירו מקבילית לפי ההוראות שבעמוד 46.

קִרְאוּ את עמודים 47–49 ציינו את קדקודיה של המקבילית באותיות לטיניות.

פִּתְרוּ את תרגיל 3 ו-4.

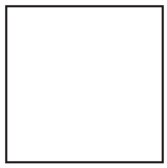
רִשְמוּ את התכונות של המקבילית במילים, באותיות לטיניות ובסימון על הציור של המקבילית.

הערה

עמוד 48 יכול להינתן כמבחן עצמי של שליטה בכל דרכי המדידה והסימונים.

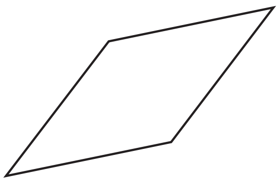
למרובעים שונים יש שמות שונים.

ריבוע



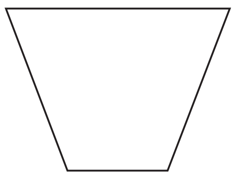
מלבן

מעוין

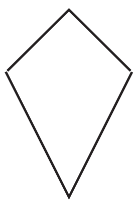


מקבילית

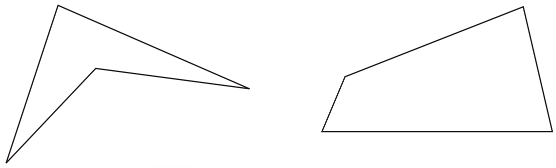
טרפז

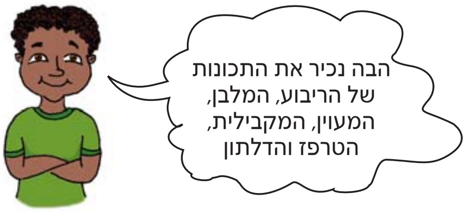


דלתון



יש מרובעים רבים נוספים, שאין להם שמות ייחודיים. למשל המרובעים הבאים.



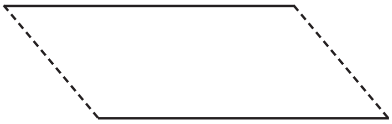


מקבילית

הגדרת המקבילית: מרובע שבו שני הזוגות של הצלעות הנגדיות מקבילות זו לזו, הוא מקבילית.

לפניכם שני קטעים מקבילים שווי אורך.

1. א. העתיקו אותם למחברת וחברו את קצותיהם כמתואר בסרטוט.



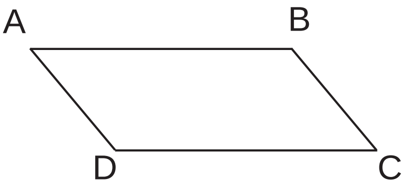
ב. השלימו.

קיבלתם מצולע בעל *4* צלעות.

למצולע בעל 4 צלעות קוראים *מרובע*.

ציינו את קדקודיו באותיות לטיניות גדולות.

המרובע ABCD שלפניכם הוא *מקבילית*.



ג. הצלעות AB ו–CD מקבילות זו לזו.

בְּדְקוּ בעזרת סרגל ומשולש ישר–זווית אם גם הצלעות BC ו–AD מקבילות זו לזו.

רִשְׁמוּ באותיות: BC || *AD*

ABCD הוא מרובע ששני הזוגות של הצלעות הנגדיות שלו מקבילות זו לזו, לכן הוא מקבילית. נרשום זאת כך: AB || CD

AD || BC

46

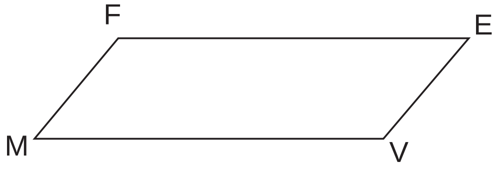
שאלות אלה עוסקות ביחסי הכלה והקשר בין הקבוצה הכוללת לפרטיה. כל פרט בקבוצה מסוימת נהנה מכל התכונות של חברי אותה קבוצה. אם לפרט הזה יש, בנוסף לכל התכונות של איברי הקבוצה, תכונות ייחודיות רק לו, הוא מהווה **מקרה פרטי** של הקבוצה.

2. סַכְּמוּ את תכונות המקבילית על סמך המקבילית ABCD שסרטטתם.
השתמשו בסרגל, משולש ומד־זווית.
מקבילית היא מרובע: יש לה 4 צלעות, 4 קדקודים ו־4 זוויות.

השלימו.
א. צלעות נגדיות בַּמקבילית *מקבילות ושוות* זו לזו.
ב. ∢A וְ־∢B הן זוויות סמוכות בַּמקבילית. סכומן הוא *180^0*.
ג. ∢B וְ־∢C הן זוויות סמוכות בַּמקבילית. סכומן הוא *180^0*.
ד. ∢C וְ־∢D הן זוויות סמוכות. בַּמקבילית. סכומן הוא *180^0*.
ה. גם ∢D וְ־ *∢A* הן זוויות סמוכות בַּמקבילית. סכומן הוא *180^0*.
ו. ∢B וְ־∢D הן זוויות נגדיות בַּמקבילית. הן *שוות* זו לזו.
ז. ∢A וְ־∢C הן זוויות נגדיות בַּמקבילית. הן *שוות* זו לזו.

3. בִּדְקוּ בעזרת מד־זווית וסרגל אם המשפטים הבאים נכונים. ביחס למקבילית שציירתם והסבירו.
א. זוויות נגדיות בַּמקבילית שונות זו מזו. *לא נכון*
ב. צלעות נגדיות בַּמקבילית שוות זו לזו. *נכון*
ג. זוויות סמוכות בַּמקבילית שוות זו לזו. *סכום זוויות סמוכות במקבילית הוא 180^0. הן שוות זו לזו רק אם אחת מהן ישרה, כלומר, בת 90^0. במקרה זה המקבילית היא מלבן או ריבוע וזהו מקרה פרטי ולא כולל את כל המקביליות.*
ד. סכום זוויות סמוכות בַּמקבילית הוא 180^0. *נכון*
ה. צלעות סמוכות בַּמקבילית שוות זו לזו. *לא בהכרח. אם הן שוות הרי המקבילית היא מעוין.*
ו. צלעות נגדיות בַּמקבילית שונות זו מזו. *לא נכון. צלעות נגדיות במקבילית שוות זו לזו.*

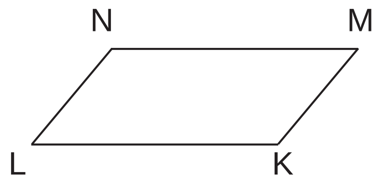
4. סַרְטְטוּ מקבילית אחרת, דומה למקבילית EFMV המסורטטת לפניכם.



א. בִּדְקוּ האם גם המקבילית EFMV מקיימת את כל התכונות של המקבילית שציירתם.
סכמו בטבלה את כל תכונות המקבילית שאתם מכירים, על סמך שתי המקביליות שחקרתם.
ב. סרטטו במחברת 4 מקביליות שונות וּבִדְקוּ האם גם להן אותן התכונות של המקביליות שהכרתם.

47

5. נלמד איך להציג תכונות אלה באמצעות מילים, אותיות לטיניות וסימנים.



אנו מציינים שצלעות שוות זו לזו באורכן על ידי קווים קטנים .לצלעות שוות אותו מספר קווים.

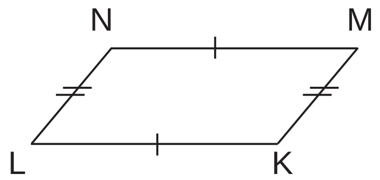
נציג זאת במקבילית NMKL.

תכונה: צלעות נגדיות במקבילית שוות זו לזו.

הצגת התכונה באותיות: $NM = LK$

$LN = KM$

הצגת התכונה בציור:



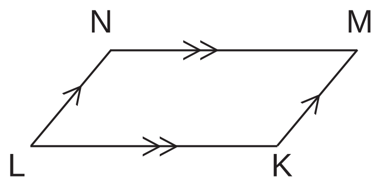
תכונה: צלעות נגדיות במקבילית מקבילות זו לזו.

הצגת התכונה באותיות: $NM \parallel LK$

$NL \parallel MK$

הצגת התכונה בציור:

נהוג להשתמש בחצים כדי לציין הַקְבָּלָה. לכל זוג צלעות מקבילות אותו מספר חצים באותו כיוון.



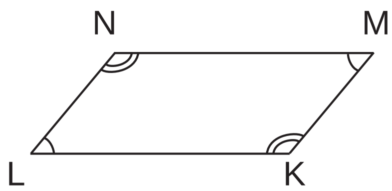
תכונה: זוויות נגדיות במקבילית שוות זו לזו.

הצגת התכונה באותיות: $\sphericalangle N = \sphericalangle K$

$\sphericalangle M = \sphericalangle L$

הצגת התכונה בציור:

נהוג לציין זוויות בעזרת קשתות. לזוויות שוות אותו מספר קשתות.



מערך – מלבן, היגדים, מעוין

את ההיגדים יש לקרוא יחד: קראו את ההיגד ומיד אחריו את הנימוק.

לנוחיות המורים מפורטים ההיגדים ונימוקיהם בטבלאות במדריך בעמודים הבאים.

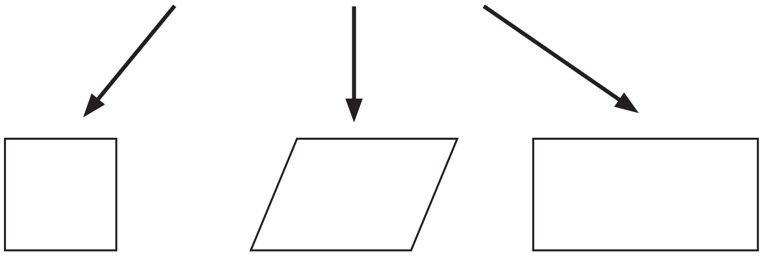
משפחת המרובעים

מקביליות

מקבילית

הגדרה:

מרובע שבו שני הזוגות של הצלעות הנגדיות מקבילות זו לזו



מלבן

הגדרה:

מקבילית ישרת זווית

מעוין

הגדרה:

מקבילית שוות צלעות

ריבוע

מקבילית ישרת זווית
ושוות צלעות

או:

מעוין ישר זווית

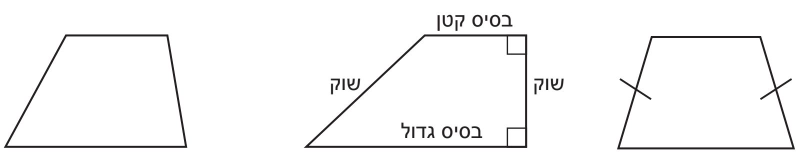
או:

מלבן שווה צלעות

או:

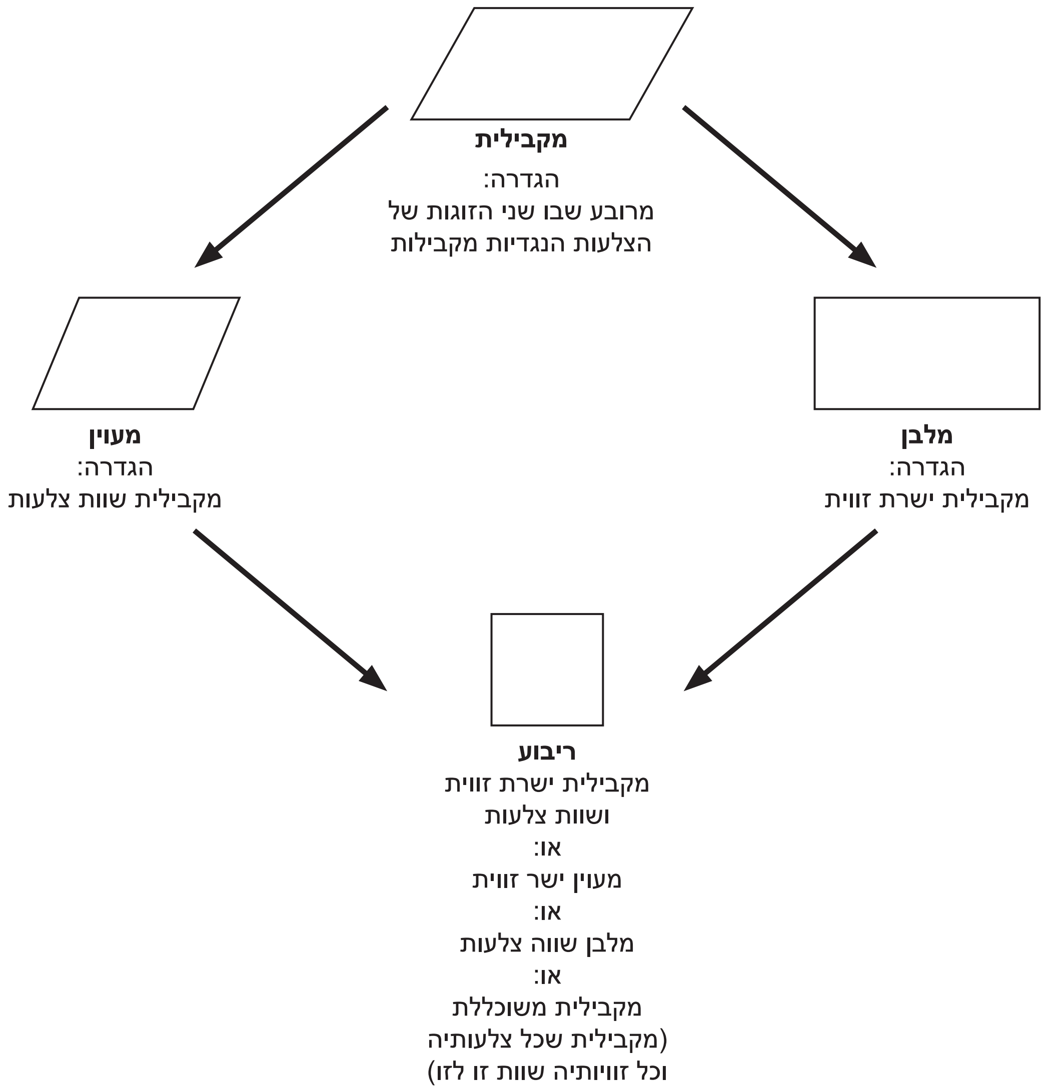
מקבילית משוכללת
(מקבילית שכל צלעותיה
וכל זוויותיה שוות זו לזו)

טרפזים



טרפז שווה שוקיים | **טרפז ישר זוויות** | **טרפז שונה צלעות**

מומלץ להכין עם הכיתה את הפלקט הבא:



מ: סרטטו בעמוד אחד מלבנים בכל מיני כיוונים. היעזרו בסרגלים. בעמוד שני סרטטו מעויינים בכל מיני כיוונים, נסו לדייק ככל האפשר. בעמוד הבא סרטטו ריבועים בכל מיני כיוונים.

האם גם את הגדרת הטרפז אפתח במילים: "טרפז הוא מקבילית ש...?

ת: לא, כי טרפז הוא לא מקבילית. הוא מרובע.

מ: מה תהיה ההגדרה שלו?

ת: טרפז הוא מרובע שרק שתיים מצלעותיו הנגדיות מקבילות.

מ: למה אנחנו לא פותחים במילים: "טרפז זו מקבילית ש...?"

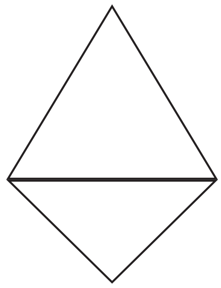
ת: כי טרפז אינו מקבילית, הוא שייך למשפחת המרובעים, אבל לא שייך למשפחת המקביליות.

מ: נכון. יפה ששמתם לב לכך שההגדרות פותחות בשיוך הצורה למשפחה ואחר כך בציון התכונה שמייחדת את הצורה מיתר חברי הקבוצה.

לדוגמה: "כסא הוא רהיט שיושבים עליו".

זו הקבוצה　זו התכונה

מ: היום אני רוצה להציג עוד מרובע. אני מציירת אותו, משיימת אותו, ואתם תנסו להגדיר אותו. שימו לב איך אני מציירת אותו, זה יעזור לכם בהגדרתו.



איך תגדירו אותו?

ת: [שגוי] מרובע שכל שתי צלעות סמוכות שלו שוות זו לזו.

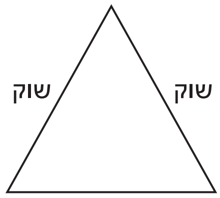
מ: אני רואה שתי צלעות סמוכות שאינן שוות.

ת: דלתון הוא מרובע המורכב משני משולשים שווי שוקיים בעלי צלע משותפת.

מ: מה פירוש "צלע משותפת"?

ת: צלע ששייכת גם למשולש אחד וגם למשולש שני.

מ: כדי שנוכל לדייק, כדאי שנכיר את השמות של חלקי המשולש שווה השוקיים.



הצלעות השוות במשולש שווה השוקיים נקראות **שוקיים**. הצלע שאינה שוק במשולש נקראת **בסיס**. עכשיו נסו לשפר את הגדרת הדלתון.

ת: דלתון הוא מרובע המורכב משני משולשים שווי שוקיים בעלי **בסיס משותף**.

מ: זו אכן הגדרת הדלתון. לא תמיד מסרטטים את **הצלע המשותפת**.

לנוחיות המורים התשובות להיגדים ניתנות בגופן אחר בסמוך לשאלות.

השאלות המילוליות הבאות מאפשרות שיח מלווה בהדגמות צורניות. בהנמקות מתברר היחס בין המלבן למקביליות. בזמן הדיון בשאלות ובתהליך ההנמקה תשובות אפשריות יכולות להתייחס גם לריבוע ולמעוין שטרם נלמדו לעומק. לנוחותכם פירטנו בהמשך את הפתרונות לשאלה 2 בטבלה.

מלבן

הגדרת המלבן: מקבילית ישרת–זווית היא מלבן.

1. בִּדְקוּ וְרִשְׁמוּ במילים, באותיות ובסימנים את תכונות המלבן.
מלבן הוא מקבילית ישרת–זווית.
מלבן הוא **מקרה פרטי** של מקבילית, כלומר הוא מקבילית מיוחדת.

2. לפניכם משפטים שחלקם נכונים וחלקם אינם נכונים. ציינו אילו נכונים ואילו אינם נכונים. נמקו.
א. כל המקביליות הן מלבנים.
ב. כל המלבנים הם מקביליות.
ג. מלבן הוא מקבילית שכל זוויותיה שוות.
ד. הזוויות הנגדיות במלבן שוות זו לזו.
ה. סכום הזוויות הנגדיות במקבילית הוא 180°.
ו. סכום הזוויות הסמוכות במקבילית הוא 180°.
ז. כל הצלעות במלבן שוות זו לזו.
ח. צלעות נגדיות במקבילית שוות זו לזו.
ט. צלעות נגדיות במלבן שוות זו לזו ומקבילות זו לזו.
י. מלבן הוא מקבילית שוות צלעות.
יא. מלבן הוא מקבילית ישרת–זווית.
יב. מקבילית היא מקרה פרטי של מלבן.
יג. מלבן הוא מקרה פרטי של מקבילית.
יד. מלבן הוא מרובע.
טו. לכל המקביליות זוויות ישרות.
טז. לכל המלבנים יש זוויות ישרות.
יז. כל הזוויות במקבילית הן ישרות.
יח. הזוויות הנגדיות במקבילית שוות זו לזו.
יט. צלעות סמוכות במקבילית שוות זו לזו.

49

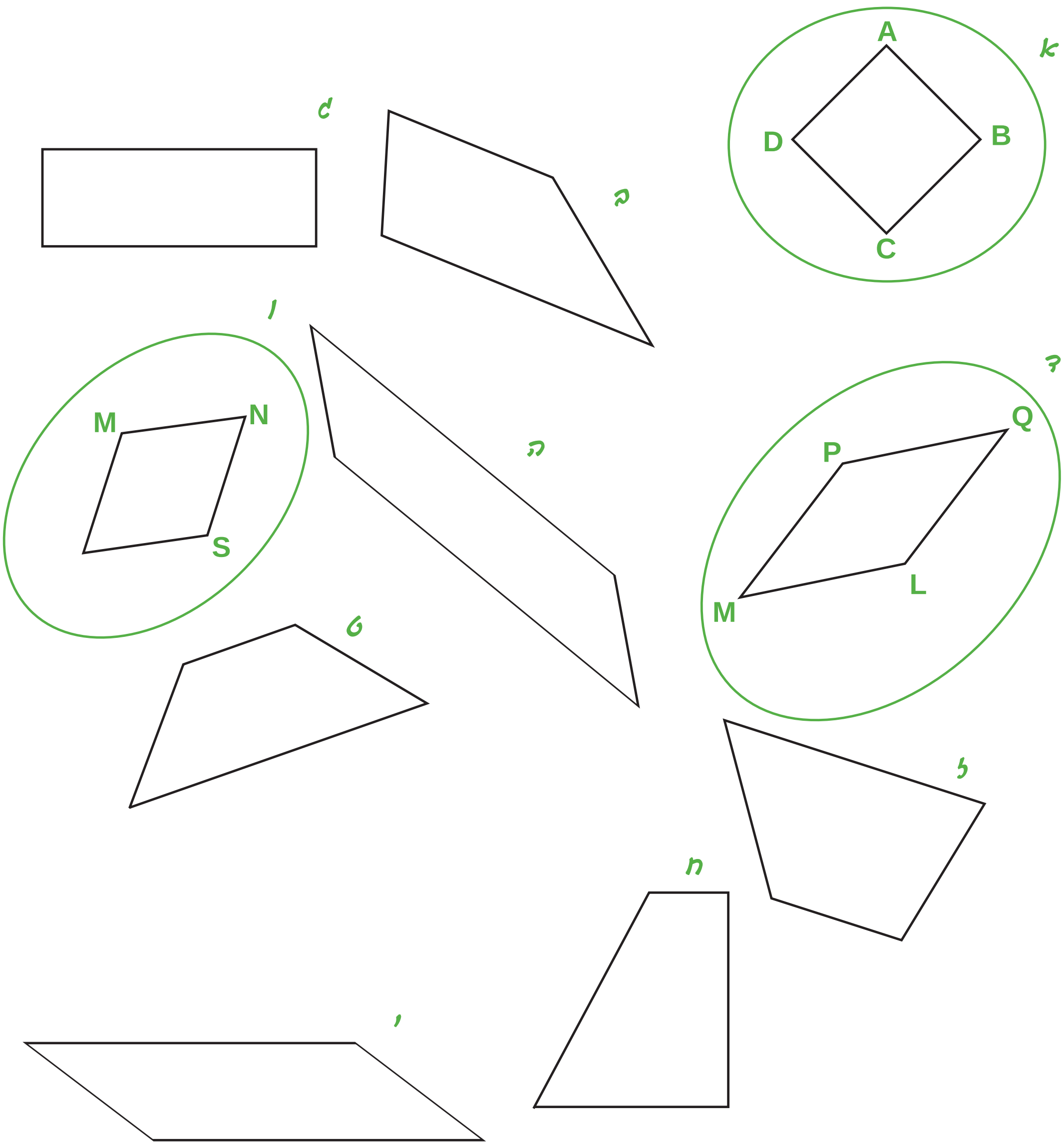
מספר ההיגד	ההיגד	נכון/לא נכון	נימוק
א.	כל המקביליות הן מלבנים.	לא נכון	כי יש מקביליות שאין להן זוויות ישרות.
ב.	כל המלבנים הם מקביליות.	נכון	כי לכל המלבנים יש שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות.
ג.	מלבן הוא מקבילית שכל זוויותיה ישרות.	נכון	כי המלבן הוא מקבילית לפי הגדרת המקבילית (לכל זוג של צלעות נגדיות מקבילות זו לזו) ובנוסף לכך כל זוויותיו ישרות.
ד.	הזוויות הנגדיות במלבן שוות זו לזו.	נכון	אם כל הזוויות של המלבן ישרות, אז גם הזוויות הנגדיות במלבן שוות זו לזו, והן ישרות.
ה.	סכום הזוויות הנגדיות במקבילית הוא 180°.	לא נכון	הזוויות הנגדיות במקבילית שוות זו לזו. סכום הזוויות הסמוכות שווה ל-180°
ו.	סכום הזוויות הסמוכות במקבילית הוא 180°.	נכון	מדדנו ומצאנו שסכום הזוויות הסמוכות שווה ל-180°
ז.	כל הצלעות במלבן שוות זו לזו.	לא נכון	לפעמים הצלעות שוות זו לזו ואז המלבן הוא ריבוע, אך לפעמים רק הצלעות הנגדיות שוות.
ח.	צלעות נגדיות במקבילית שוות זו לזו.	נכון	בדקנו ומצאנו שזה נכון.
ט.	צלעות נגדיות במלבן שוות זו לזו ומקבילות זו לזו.	נכון	מלבן הוא מקבילית ישרת זווית, לכן יש לו את כל התכונות של המקבילית: הצלעות הנגדיות שלו מקבילות זו לזו וגם שוות זו לזו.
י.	מלבן הוא מקבילית שוות צלעות.	לא נכון	צלעותיו של המלבן אינן בהכרח שוות זו לזו.
יא.	מלבן הוא מקבילית ישרת זווית.	נכון	זוהי הגדרת המלבן.
יב.	מקבילית היא מקרה פרטי של מלבן.	לא נכון	המלבן הוא בעל כל התכונות של המקבילית ובנוסף לכך זוויותיו ישרות, לכן המלבן הוא מקרה פרטי של המקבילית ולא להיפך. קבוצת המלבנים היא קבוצה חלקית מקבוצת המקביליות.

מספר ההיגד	ההיגד	נכון/לא נכון	נימוק
יג.	מלבן הוא מקרה פרטי של מקבילית.	נכון	כי למלבן יש את כל התכונות של המקבילית ובנוסף לכל זוויותיו ישרות.
יד.	מלבן הוא מרובע.	נכון	כי יש לו 4 צלעות.
טו.	לכל המקביליות זוויות ישרות.	לא נכון	כי יש מקביליות עם זוויות חדות וקהות.
טז.	לכל המלבנים יש זוויות ישרות.	נכון	כי הגדרת המלבן היא: מקבילית ישרת זווית.
יז.	כל הזוויות במקבילית הן ישרות.	לא נכון	כי יש מקביליות עם זוויות חדות וקהות.
יח.	הזוויות הנגדיות במקבילית שוות זו לזו.	נכון	זוהי אחת מתכונות המקבילית.
יט.	צלעות סמוכות במקבילית שוות זו לזו.	לא נכון	כי יש מקביליות שהצלעות הסמוכות שלהן אינן שוות זו לזו. רק במקביליות מיוחדות, כמו בריבוע ובמעוין, הצלעות הסמוכות שוות זו לזו.

כדי לנהל דיון שיובן לכל התלמידים, יש צורך לשיים את המעוינים שאותרו באותן אותיות. מומלץ לדון בחשיבות התקשורת התקינה.
ההגדרה של המעויין מתייחסת לשוויון הצלעות, כתוצאה מכך מתעוררת השאלה לגבי ABCD, שהוא ריבוע. על השאלה: האם הוא ריבוע או מעוין? רצוי לנהל שיחה ולהגיע למסקנה שהוא מעוין מיוחד, כלומר, מקרה פרטי של מעוין. הריבוע הוא מקבילית שווה צלעות ובנוסף לכך זוויותיו שווה זו לזו.

מעוּיָן

הגדרת המעוּיָן: מקבילית שווה צלעות היא מעוּיָן.
לפניכם מספר מרובעים.
היעזרו בסרגל כדי לבדוק אילו מהמרובעים שלפניכם הם מעוּיָנִים. הקיפו את המעוּיָנִים.



בִּדְקוּ את תכונות המעוּיָנִים שזיהיתם וּרְשְׁמוּ אותן בשפת ההנדסה.

50

שאלה 1: ההשוואה בין הריבוע למקבילית ולמלבן מחזקת את ההבחנה המבדלת.
אפשר להציג לפני התלמידים עוד מצולעים משוכללים ולתת להם למדוד אותם ולקבוע את תכונותיהם.

ריבוע

הגדרת הריבוע: ריבוע הוא **מקבילית משוכללת**, כי כל צלעותיו שוות זו לזו וכל זוויותיו שוות זו לזו.

1. ציירו במחברות ריבוע ובדקו את כל תכונותיו.
השוו תכונות אלה לתכונות המקבילית והמלבן.

2. לפניכם משפטים שחלקם נכונים וחלקם אינם נכונים. ציינו אילו מהם נכונים ואילו מהם אינם נכונים. נמקו.

א. ריבוע הוא מקבילית. נכון. שני הזוגות של הצלעות הנגדיות של הריבוע מקבילות זו לזו.
ב. כל מלבן הוא ריבוע. לא נכון, כי יש מלבנים שהצלעות הסמוכות שלהם אינן שוות.
ג. כל ריבוע הוא מלבן. נכון. כל ריבוע הוא מקבילית ישרת זווית, על כן הוא מלבן.
ד. ריבוע הוא מלבן שווה צלעות. נכון. כל ריבוע הוא מלבן ובנוסף לכך הצלעות הסמוכות שלו שוות זו לזו. מסקנה: כל ריבוע הוא מקרה פרטי של מלבן, הוא מלבן מיוחד.
ה. ריבוע הוא מקבילית שכל צלעותיה שוות וכל זוויותיה ישרות. נכון. זוהי הגדרת הריבוע.
ו. כל המקביליות הן ריבועים. לא נכון, כי יש מקביליות שאינן משוכללות.
ז. ריבוע הוא מרובע. נכון, כי יש לו ארבע צלעות.
ח. כל מרובע הוא ריבוע. לא נכון, כי יש מרובעים שאין להם זוויות ישרות ואין להם צלעות סמוכות שוות.
ט. ריבוע הוא מקבילית שכל זוויותיה שוות וכל צלעותיה שוות. נכון
י. ריבוע הוא מקבילית משוכללת. נכון
יא. מלבן הוא מקבילית מיוחדת. נכון, מלבן הוא מקבילית ישרת זווית.
יב. ריבוע הוא מלבן מיוחד. נכון, כי ריבוע הוא מלבן שווה צלעות.
יג. ריבוע הוא מרובע מיוחד. נכון, כי ריבוע הוא מרובע שיש לו תכונות המייחדות אותו משאר המרובעים.
יד ריבוע הוא מרובע משוכלל. נכון, כי הוא מרובע שכל צלעותיו שוות זו לזו וכל זוויותיו שוות זו לזו.

51א

טו. כל מצולע הוא משוכלל. *לא נכון. יש מצולעים לא משוכללים.*

טז. מלבן הוא מקבילית משוכללת. *לא נכון, אלא אם כן כל צלעותיו שוות זו לזו.*

יז. מקבילית היא מקרה פרטי של מרובע. *נכון, כי למקבילית יש 4 צלעות על כן היא מרובע. בנוסף לכך יש לה עוד תכונה: שני הזוגות של הצלעות הנגדיות שלה מקבילות זו לזו, לכן היא מקרה פרטי של מרובע.*

יח. ריבוע הוא מקרה פרטי של מלבן. *נכון, כי הוא בעל התכונות של מלבן ובנוסף לכך כל צלעותיו שוות זו לזו.*

יט. מלבן הוא מקרה פרטי של ריבוע. *לא נכון, כי למלבן אין בהכרח שיוויון צלעות.*

כ. משולש הוא מרובע. *לא נכון, כדי שמצולע יהיה מרובע צריכות להיות לו 4 צלעות ולמשולש יש רק 3 צלעות.*

כא ריבוע הוא מעויָן ישר-זווית. *נכון, כי לריבוע יש את כל התכונות של מעוין: הוא מקבילית שוות צלעות. בנוסף לכך, יש לו זוויות ישרות. הריבוע הוא סוג של מעוין.*

כב מעויָן הוא מקבילית שוות צלעות. *נכון*

כג ריבוע הוא מלבן שווה צלעות. *נכון*

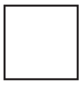
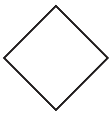
כד מעויָן הוא מקרה פרטי של מקבילית. *נכון, כי מעוין הוא סוג של מקבילית שכל צלעותיה שוות זו לזו.*

כה מלבן הוא מקרה פרטי של מעויָן. *לא נכון, כי יש מלבנים שצלעותיהם הסמוכות אינן שוות זו לזו.*

ב51

הצעה למערך: המשך היגדים

דוגמה להסבר היגדים אחדים:

טעות נפוצה: רבים חושבים שזה  ריבוע אבל אם נצייר אותו על קדקודו הוא הופך להיות מעוין 

כלומר, לטענתם ריבוע נטוי הוא מעוין. בטעות זו גלומה אי הבנה בסיסית.

יש להקדיש שיחה מיוחדת להיגד: **רבוע נטוי הוא מעוין**.

מ: מה ציירתי?

ת: ריבוע.

מ: האם ריבוע הוא מעוין?

ת: כן.

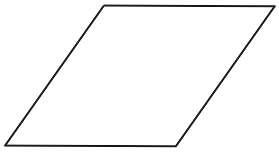
מ: מדוע?

ת: כי מעוין הוא מקבילית שוות צלעות וגם הריבוע הוא מקבילית שוות צלעות.

מ: מהו, אם כן, ההבדל בין ריבוע למעוין?

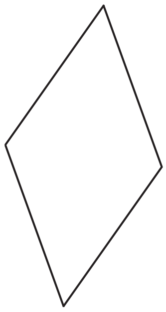
ת: כל הזוויות בריבוע ישרות. במעוין הזוויות יכולות להיות ישרות, ואז הוא ריבוע ויכולות להיות גם לא ישרות ואז הוא מעוין. ריבוע הוא סוג של מעוין. הוא מעוין ישר זווית.

מ: אני מציירת מעוין שאינו ריבוע.



האם מותר לי לציירו כך?

ת: [שגוי] לא. הוא צריך להיות כך:



מ: האם הוא שינה את צורתו בגלל הסיבוב שלו?

[אם השגיאה נפוצה בין התלמידים, כדאי שהמורה תגזור לעיניהם מעוין כלשהו ותשנה את כיוונו.]

ת: המעוין נשאר מעוין בכל כיוון. מה שעושה אותו למעוין זה לא הכיוון, זו העובדה שהוא מקבילית שוות צלעות.

מ: לפי זה גם הריבוע נשאר ריבוע בכל כיוון. הכיוון אינו משנה את הצורה. אמנם הריבוע הוא מעוין מיוחד, אבל לא שינוי הכיוון עושה אותו למעוין. הריבוע יישאר מעוין מיוחד בכל כיוון, כמו שהמעוין יישאר מקבילית מיוחדת בכל כיוון. זו הסיבה מדוע ההגדרות כל כך חשובות. בעזרתן אנו יודעים בדיוק במה אנחנו עוסקים. צריך לבדוק איזו צורה יש לפנינו על סמך ההגדרה שלה.

נבדוק היגד נוסף: "כל משולש שווה צלעות הוא גם משולש שווה שוקיים".

מה דעתכם על ההיגד הזה. האם הוא נכון?

ת: אני חושב שהוא נכון.

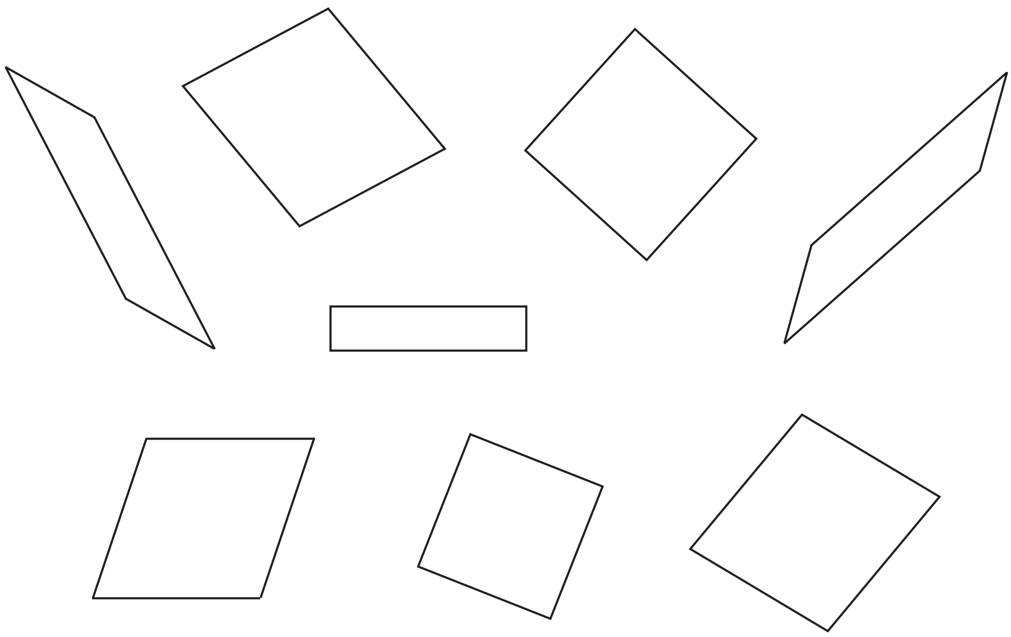
מ: מהו הנימוק לדבריך?

ת: אם למשולש יש 3 צלעות שוות, אז יש לו שתי צלעות שוות. לכן משולש שווה צלעות הוא גם משולש שווה שוקיים.

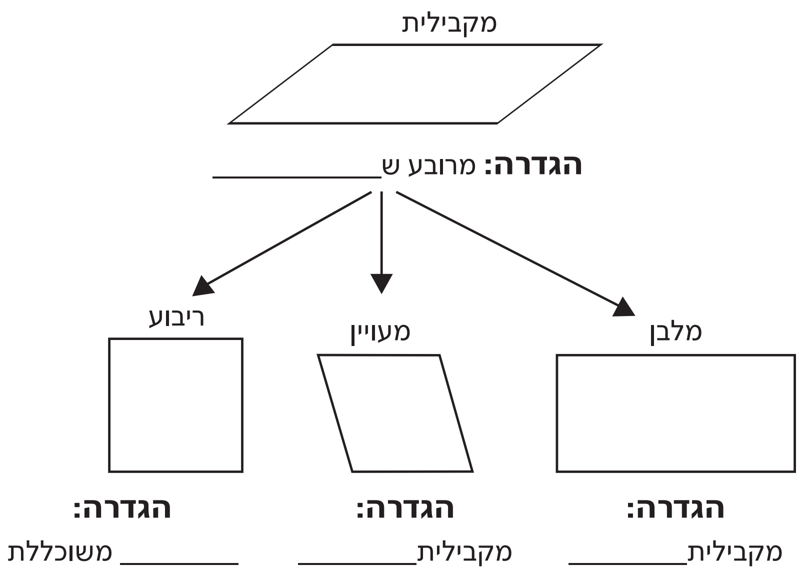
מ: יפה. ומה עם המשפט ההפוך: "כל משולש שווה שוקיים הוא משולש שווה צלעות?"

ת: זה משפט לא נכון. במשולש שווה שוקיים שתי צלעות שוות זו לזו. במשולש שווה צלעות 3 צלעות שוות זו לזו. כדי שמשולש שווה שוקיים יהיה משולש שווה צלעות חייבת גם הצלע השלישית להיות שווה לצלעות האחרות, לכן ההיגד ההפוך אינו נכון.

3. לפניכם צורות שונות. צִבְעוּ את הריבועים באדום, את המלבנים שאינם ריבועים בירוק ואת המקביליות שאינן מלבנים בכחול.



4. לפניכם תרשים המסכם את הקשרים בין מקביליות שונות. השלימו את החסר.

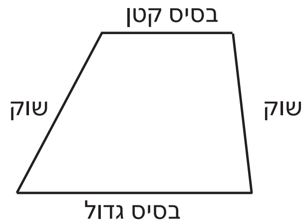


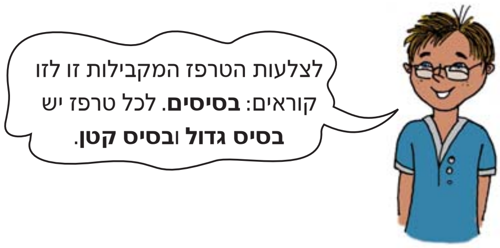
טרפז

למשפחת המרובעים שייכים גם הטרפזים.

הגדרת הטרפז: מרובע שבו רק זוג אחד של צלעות נגדיות מקבילות זו לזו נקרא טרפז.

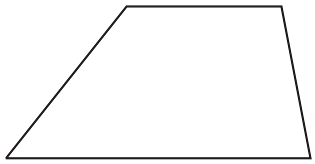
לצלעות הטרפז יש שמות:



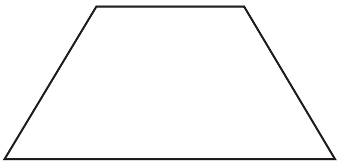


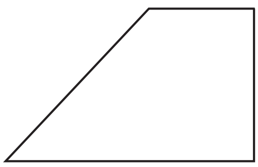
יש סוגים שונים של טרפזים:

טרפז כללי



טרפז שווה שוקיים





טרפז ישר–זווית

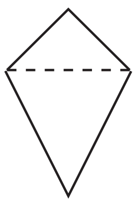
א. בִּדְקוּ את תכונות הצלעות והזוויות בטרפז הכללי.
 רִשְׁמוּ אותן בשפת ההנדסה.

ב. בִּדְקוּ את תכונות הטרפז שווה השוקיים.
 רִשְׁמוּ אותן בשפת ההנדסה.

ג. בִּדְקוּ את תכונות הטרפז ישר–הזווית.
 רִשְׁמוּ אותן בשפת ההנדסה.

דלתון

הגדרת הדלתון: מרובע המורכב משני משולשים שווי שוקיים בעלי בסיס משותף.

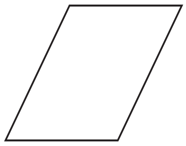


ציירו במחברת 3 דלתונים שונים.
ציירו רק את הדלתון עצמו, ללא הבסיס של המשולשים שווי– השוקיים.
בִּדְקוּ את תכונותיהם וְרִשְׁמוּ אותן בשפה הנדסית.

53

סיכום משפחת המרובעים

המקביליות



מקבילית

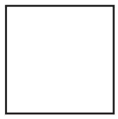
הגדרה:
מרובע שבו שני הזוגות של הצלעות
הנגדיות מקבילות

מעוין

הגדרה:
מקבילית שוות צלעות

מלבן

הגדרה:
מקבילית ישרת זווית

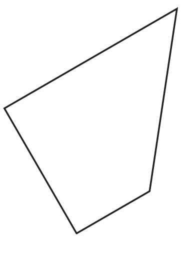


ריבוע

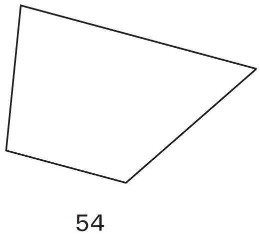
הגדרה:
מקבילית ישרת זווית ושוות צלעות
או:
מעוין ישר זווית
או:
מלבן שווה צלעות
או:
מקבילית משוכללת
(מקבילית שכל צלעותיה וכל זוויותיה שוות זו לזו)

טרפז

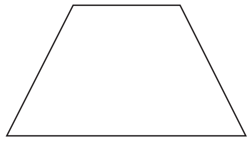
טרפז ישר־זווית



טרפז כללי כלשהו

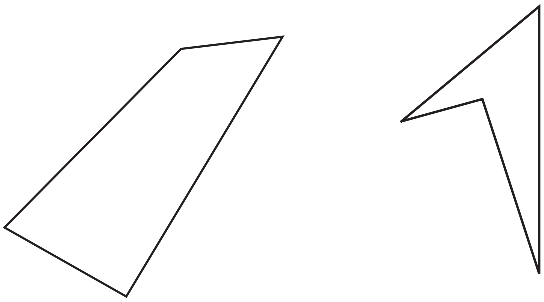


טרפז שווה שוקיים



לנוחותכם פירטנו בהמשך את הפתרונות לשאלות הבאות.

דוגמאות למרובעים ללא שם מוגדר



רִשְׁמוּ איזה משפט נכון ואיזה אינו נכון. נמקו את תשובותיכם.

משפט נכון/לא נכון

1. כל המשולשים הם שווי שוקיים.
2. כל המרובעים הם מקביליות.
3. כל המקביליות הן מרובעים.
4. כל המלבנים הם ריבועים.
5. כל הריבועים הם מלבנים.
6. יש מלבנים שאורך הצלעות הסמוכות שלהם אינו שווה.
7. כל המקביליות הן טרפזים.
8. אף טרפז אינו מקבילית.
9. כל המעוּיָנים הם טרפזים.
10. אף מעוּיָן אינו טרפז.
11. כל המעוּיָנים הם מקביליות.
12. משולשים שווי שוקיים וישרי זווית הם סימטריים.
13. כל המלבנים הם מעוּיָנים.
14. כל המעוּיָנים הם ריבועים.
15. כל ריבוע הוא מעוּיָן.
16. לא כל מעוּיָן הוא ריבוע.
17. מלבן שאורך כל צלעותיו שווה הוא ריבוע.
18. כל טרפז הוא מחומש.
19. משולש שווה צלעות הוא מצולע משוכלל.
20. לא כל מקבילית היא ריבוע.

55

21. כל ריבוע הוא מלבן.
22. לא כל מלבן הוא ריבוע.
23. כל מעוין הוא מרובע.
24. כל מעוין הוא מצולע.
25. כל המשולשים הם מצולעים.
26. כל המרובעים הם מחומשים.
27. ריבוע נטוי, הנשען על קדקודו, הוא מעוין.
28. כל המקביליות הן מחומשות.
29. כל מעוין חייב להיות נטוי.
30. השוקיים בכל טרפז שוות זו לזו.
31. כל משולש שווה שוקיים הוא משולש שווה צלעות.
32. כל משולש שווה צלעות הוא גם משולש שווה שוקיים.
33. זוויות הריבוע הן חדות.

		נכון / לא נכון	נימוק
.1	כל המשולשים הם שווי שוקיים.	לא נכון	כי יש משולשים שאינם שווי שוקיים.
.2	כל המרובעים הם מקביליות.	לא נכון	כי יש מרובעים שאינם מקבילית [למשל, טרפז].
.3	כל המקביליות הן מרובעים.	נכון	כי לכל מקבילית יש 4 צלעות.
.4	כל המלבנים הם ריבועים.	לא נכון	כי יש מלבנים שאורך שתי הצלעות הסמוכות שלהם שונה.
.5	כל הריבועים הם מלבנים.	נכון	כי כל הריבועים מקיימים את הגדרת המלבן על פי הגדרתו שהיא: מלבן הוא מקבילית ישרת זווית. ריבוע הוא מלבן שאורך כל צלעותיו שווה.
.6	יש מלבנים שאורך הצלעות הסמוכות שלהם אינו שווה.	נכון	יש מלבנים שאורך הצלעות הסמוכות שלהם שונה. יש גם מלבנים שאורך הצלעות שלהם שווה. המלבנים שווי הצלעות הם ריבועים, שם קבוצה חלקית מכלל המלבנים.
.7	כל המקביליות הן טרפזים.	לא נכון	כי הגדרת הטרפז דורשת רק זוג אחד של צלעות נגדיות מקבילות, ואילו הגדרת המקבילית דורשת ששני הזוגות של הצלעות הנגדיות יקבילו.
.8	אף טרפז אינו מקבילית.	נכון	כי אף טרפז אינו עומד בדרישות ההגדרה של מקבילית.
.9	כל המעוינים הם טרפזים.	לא נכון	כי המעוינים הם מקביליות וטרפזים אינם מקביליות.
.10	אף מעוין אינו טרפז.	נכון	כי המעוין הוא מקבילית וטרפז אינו מקבילית.
.11	כל המעוינים הם מקביליות.	נכון	כי המעוין הוא מקבילית שכל צלעותיה שוות זו לזו. קבוצת המעוינים היא קבוצה חלקית של המקביליות.
.12	משולשים שווי שוקיים וישרי זווית הם סימטריים.	נכון	כי יש להם ציר סימטריה היוצא מקדקוד הזווית הישרה.

		נכון / לא נכון	נימוק
.13	כל המלבנים הם מעויינים.	לא נכון	כי מעוין הוא מקבילית שוות צלעות. לא בכל המלבנים אורך הצלעות הסמוכות שווה.
.14	כל המעויינים הם ריבועים.	לא נכון	כי לא לכל המעויינים יש זוויות ישרות. מעויינים ישרי זווית הם ריבועים. הריבועים הם קבוצה חלקית של המעויינים.
.15	כל ריבוע הוא מעוין.	נכון	כי כל ריבוע הוא מקבילית שצלעותיה שוות זו לזו.
.16	לא כל מעוין הוא ריבוע.	נכון	כי יש מעויינים שזוויותיהם אינן ישרות. מעויינים שזוויותיהם ישרות הם ריבועים והם מקרה פרטי של מעויינים.
.17	מלבן שאורך כל צלעותיו שווה הוא ריבוע.	נכון	כי ריבוע הוא מלבן שווה צלעות. ריבוע הוא מלבן מיוחד.
.18	כל טרפז הוא מחומש.	לא נכון	כי טרפז הוא מרובע משום שיש לו 4 צלעות. למחומש יש 5 צלעות.
.19	משולש שווה צלעות הוא מצולע משוכלל.	נכון	כי משולש שווה צלעות הוא מצולע שכל צלעותיו שוות זו לזו וכל זוויותיו שוות זו לזו.
.20	לא כל מקבילית היא ריבוע.	נכון	כי יש מקביליות שצלעותיהן הסמוכות אינן שוות וזוויותיהן אינן ישרות.
.21	כל ריבוע הוא מלבן.	נכון	כי ריבוע הוא מקבילית ישרת זווית, לכן הוא מלבן. ריבוע הוא סוג של מלבן.
.22	לא כל מלבן הוא ריבוע.	נכון	כי יש מלבנים שצלעותיהם הסמוכות אינן שוות. אלו שכל צלעותיהם שוות הם ריבועים.
.23	כל מעוין הוא מרובע.	נכון	כי לכל מעוין יש 4 צלעות.
.24	כל מעוין הוא מצולע.	נכון	כי כל מעוין הוא מצולע בעל 4 צלעות.
.25	כל המשולשים הם מצולעים.	נכון	כי לכל המשולשים יש צלעות.
.26	כל המרובעים הם מחומשים.	לא נכון	כי למחומשים יש 5 צלעות ולמרובעים יש 4 צלעות.

		נכון / לא נכון	נימוק
.27	ריבוע נטוי (הנשען על קדקודו) הוא מעויָן.	לא נכון	ריבוע הוא תמיד מעויָן, כי הוא מקבילית שכל צלעותיה שוות, לכן אין צורך להטות אותו כדי שייהפך למעויָן. כל ריבוע הוא מעוין בין אם הוא נטוי ובין אם לא.
.28	כל המקביליות הן מחומשות.	לא נכון	כי למחומש יש 5 צלעות ולמקבילית יש 4 צלעות. המקבילית היא סוג של מרובע.
.29	כל מעויָן חייב להיות נטוי.	לא נכון	מעויָן הוא מעויָן בגלל הגדרתו: מקבילית שוות צלעות. הכיוון אינו קובע את היותו מעויָן.
.30	השוקיים בכל טרפז שוות זו לזו.	לא נכון	יש טרפזים שאינם שווי שוקיים. לטרפז ששוקיין שוות זו לזו קוראים: טרפז שווה שוקיים.
.31	כל משולש שווה שוקיים הוא משולש שווה צלעות.	לא נכון	כדי שמשולש יהיה שווה שוקיים חייבות שתיים מצלעותיו להיות שוות זו לזו. כדי שמשולש יהיה שווה צלעות, כל צלעותיו צריכות להיות שוות זו לזו. לא כל המשולשים שווי השוקיים הם גם שווי צלעות.
.32	כל משולש שווה צלעות הוא גם משולש שווה שוקיים.	נכון	כי כל משולש שווה צלעות יש לו שלוש צלעות שוות, לכן יש לו בוודאי שתי צלעות שוות ולכן הוא שווה שוקיים.
.33	זוויות הריבוע הן חדות.	לא נכון	כי הגדרת הריבוע היא: מקבילית ישרת זווית ושוות צלעות.

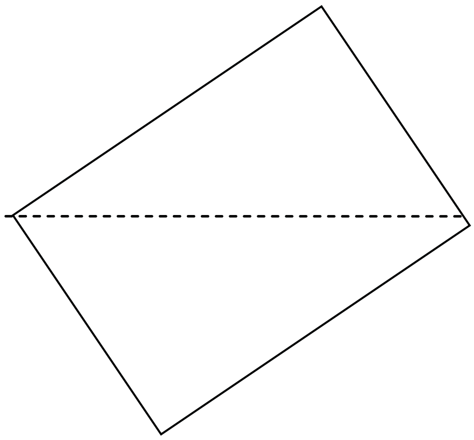
פרק 6 – אלכסונים

פרק זה פותח בהגדרת האלכסון במצולע.

יש להבחין בין "אלכסוני" שהוא שם תואר ומתאר כיוון, לבין "אלכסון" שהוא שם עצם המתאר קטע המחבר שני קדקודים ואינו צלע.

דוגמה:

כיוון האלכסון שמצוייר כאן הוא מאוזן ואינו אלכסוני.



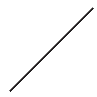
הכיוונים "מאוזן", "מאונך", "אלכסוני" הם ביחס למשיק לכדור הארץ. נוהגים לומר שהם ביחס לכדור הארץ, כי במרחקים קצרים פני כדור הארץ כמעט ישרים.

כאשר המאונך הוא ביחס לישר כלשהו אחר יש לציין זאת במפורש.

א. ישר זה מאונך [ביחס לכדור הארץ]

ב. ישר זה מאוזן

ג. ישר זה אלכסוני



הצעה למערך: הצגת מצולעים שונים ממרובעים כהקדמה להצגת האלכסונים

מ: לאיזו משפחת מצולעים שייך המלבן?

ת: למשפחת המרובעים.

מ: מה משותף לכל משפחת המרובעים?

ת: לכל המצולעים השייכים אליה יש 4 קדקודים, 4 צלעות, ו-4 זוויות.

מ: אילו מרובעים אתם מכירים?

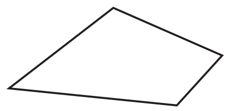
ת: מקבילית, מלבן, מעוין, ריבוע, טרפז ודלתון.

מ: האם יש עוד מרובעים?

ת: כן, אבל אני לא מכיר את שמותיהם.

מ: אתה יכול לצייר לנו מרובע כזה?

ת: הנה.



מ: נכון. יש הרבה מרובעים שאין להם שם. אנחנו לא נטפל בהם בשלב זה.

מ: האם אתם מכירים עוד משפחות של מצולעים?

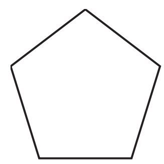
ת: כן. מחומשים.

מ: מה זה מחומש?

ת: מצולע בעל 5 צלעות.

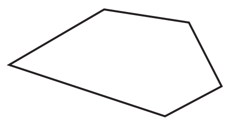
מ: הראו לנו מחומשים.

ת: הנה מחומש.



מ: מישהו יכול לצייר מחומש אחר?

ת: הנה:



מ: מה ההבדל בין המחומש הראשון שציירתם לשני?

ת: בראשון כל הצלעות שוות וכל הזוויות שוות.

מ: המחומש הראשון שציירתם הוא מחומש משוכלל.

נסכם יחד את שמות המצולעים בפלקט ונתלה אותו בכיתה.

הגדרות

משולש הוא מצולע בעל שלוש צלעות.

מרובע הוא מצולע בעל ארבע צלעות.

מחומש הוא מצולע בעל חמש צלעות.

משושה הוא מצולע בעל שש צלעות.

משובע הוא מצולע בעל שבע צלעות.

מתומן הוא מצולע בעל שמונה צלעות.

מתושע הוא מצולע בעל תשע צלעות.

מעושר הוא מצולע בעל עשר צלעות.

מצולע בעל מספר צלעות גדול מ-10 נקרא על שם מספר צלעותיו

למשל: מצולע בעל שתים-עשרה צלעות.

מצולע משוכלל הוא מצולע שכל צלעותיו שוות זו לזו וכל זוויותיו שוות זו לזו.

ת: זה פלקט שמסביר את שמות המצולעים.

מ: איך ניתנים השמות?

ת: לפי מספר הצלעות. למשל: המילה משושה, מכילה את המספר שש. אז יודעים שזה מצולע בעל 6 צלעות.

מ: קִרְאוּ היטב את הכתוב. איזה שם הוא קצת יוצא דופן?

ת: מתומן. למה לא קוראים לו "משומן" הרי יש לו 8 צלעות.

מ: יפה שציינתם זאת. השם "משומן" עלול להטעות אותנו, כאילו יש בו שֶׁמֶן. כדי להימנע מטעות זאת קראו למצולע כזה "מתומן" על סמך שורש שנמצא בשפות הַשֵּׁמִיּוֹת. בערבית, למשל, תַמָּנֶה פירושו: שמונה. מהשורש הזה נבחר השם מתומן. סרטטו במחברת מחומשים, משושים, משובעים, מתומנים. הקדישו עמוד לכל סוג של מצולעים וּרְשְׁמוּ בראשו לאילו מצולעים מתייחס כל עמוד.

מ: מה עוד יש בפלקט?

ת: הסבר מהו מצולע משוכלל.

מ: סרטטו במחברת מצולעים שונים. הם יכולים להיות משוכללים או סתם מצולעים, לפי הנוחיות שלכם.

הצעה למערך: אלכסונים

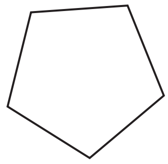
מ: קראו את ההגדרה בראש עמוד 57, במה היא עוסקת?

ת: מגדירים מהו אלכסון.

מ: מה אומרת ההגדרה?

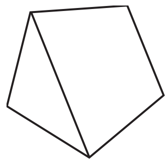
ת: שבנוסף לצלעות של מצולע יש קטעים ששייכים לו.

מ: אני מציירת מצולע.



מי יכול לצייר במצולע הזה קטע בנוסף לצלעות?

ת: :



מ: יפה. זה מוביל אותנו להגדרה נוספת של האלכסון: קטע המחבר שני קדקודים של מצולע שאינם סמוכים זה לזה הוא אלכסון.

אלו שתי הגדרות של האלכסון. נרשום אותן במחברות, תחת הכותרת:

הגדרות האלכסון.

האם יש הבדל בין שתי ההגדרות?

ת: זה אותו דבר: אם מחברים שני קדקודים שאינם סמוכים זה בדיוק כמו לחבר שני קדקודים שלא יוצרים צלע.

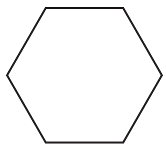
מ: נכון. לא חשוב באיזה הגדרה נשתמש, חשוב רק שנבין אותן.

כדאי שנבחין בין שתי מילים דומות: אלכסון ואלכסוני.

אלכסון הוא שם עצם שניתן לקטע שמחבר שני קדקודים במצולע ואינו צלע.

אלכסוני זה שם תואר שמתאר כיוון.

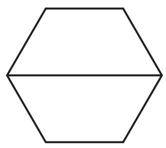
נסתכל בציור הבא. מה ציירתי?



ת: משושה משוכלל.

מ: עכשיו אני מעבירה בו אלכסון.

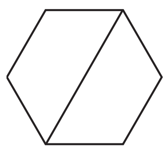
האם הוא אלכסוני?



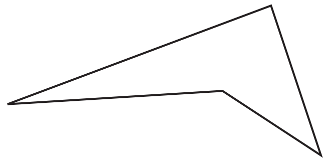
ת: לא, הוא מאוזן.

מ: מי יכול לגשת ללוח ולהעביר למשושה הזה אלכסון אלכסוני?

ת:

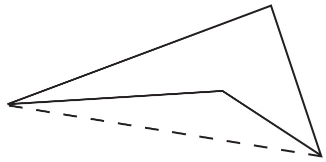


מ: אני מציירת צורה.
מה ציירתי?



ת: מרובע, כי זה מצולע בעל 4 צלעות.

מ: אני מוסיפה לו קטע. מהו קטע זה?



ת: זהו אלכסון, כי הוא מחבר שני קדקודים במצולע שאינם סמוכים זה לזה.

ת: אבל הם כן סמוכים.

מ: כשאומרים "סמוכים" מתכוונים לכך שהצלע של המצולע מקשרת ביניהם. ההגדרה הזאת נכונה, אבל ראינו שיש מי שמגדיר אלכסון כך: **קטע המחבר שני קדקודים במצולע ואיננו צלע**. זוהי הגדרה נוחה, ואיננו מסתבכים במילה "סמוכים". מי יכול לסכם מה למדנו בהנדסה עד עכשיו?

ת: – למדנו שמשפחת המרובעים מכילה: מקבילית, מלבן, מעוין, ריבוע, טרפז, דלתון ועוד כל מיני מרובעים שאין להם שם מיוחד.
– למדנו שהשם של המצולעים ניתן להם לפי מספר צלעותיהם.
– למדנו שלמצולע בעל 8 צלעות לא קוראים משומן, אלא מתומן.
– למדנו שאלכסון הוא קטע שמחבר שני קדקודים במצולע שאינם סמוכים זה לזה, ושאפשר גם להגדיר אלכסון כקטע המחבר שני קדקודים ואיננו צלע.
– למדנו להבחין בין אלכסון לאלכסוני.
– למדנו שבמצולע משוכלל כל הצלעות וכל הזוויות שוות.

מערך – מצולעים ואלכסון - סיכום

מ: קִרְאוּ בספר עמודים 57–59 ובצעו את כל המשימות.

לאחר שהוגדר האלכסון במצולע מבחינים במצבים שונים שלו ביחס למצולעים שונים.
לתלמידים מתקדמים במיוחד אפשר לתת פעילות מאתגרת:

1. כמה אלכסונים יש למשולש? למרובע? למחומש? למשושה? למתומן? למשובע? למתומן?למתושע? למעושר?
2. האם על סמך נסיונכם במצולעים אלה תוכלו להציע איך לחשב את מספר האלכסונים במצולע?
3. לפניכם בעיה שיש לה קשר כלשהו לחישוב מספר האלכסונים של מצולע. פיתרו אותה ומיצאו את הקשר בינה לבין הדרך לחישוב מספר האלכסונים במצולע.
בקבלת פנים השתתפו A אנשים. כל אחד לחץ את ידו של כל אחד לשלום. כמה לחיצות ידיים היו?

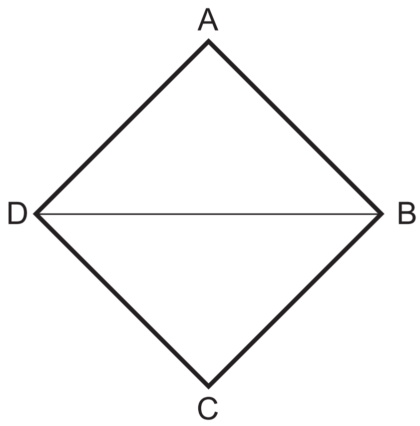
פרק 6: אלכסונים

הגדרת אלכסון:

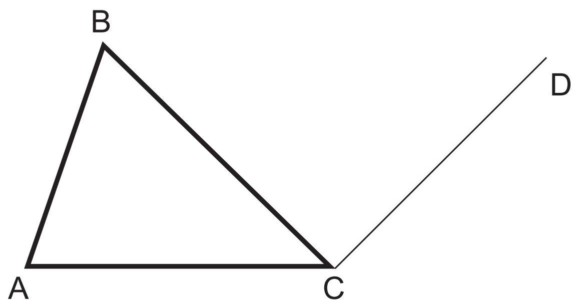
קטע המחבר שני קדקודים של מצולע ואיננו צלע נקרא אלכסון.

אלכסון יכול להימצא כולו בתוך המצולע או כולו מחוץ למצולע.
במקרים מסוימים חלק מהאלכסון נמצא בתוך המצולע וחלקו האחר נמצא מחוץ למצולע.

DB הוא אלכסון של הריבוע ABCD, כי הוא מחבר שני קדקודים של הריבוע ואיננו צלע.

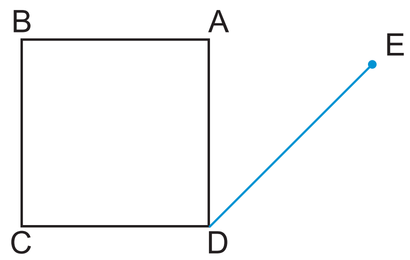


CD איננו אלכסון של המשולש BAC, כי אינו מחבר שני קדקודים של המשולש.

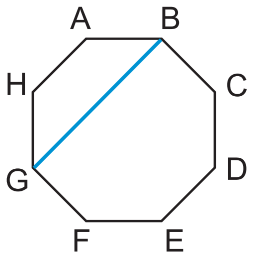


1. המצולעים שלפניכם מסורטטים בשחור. התבוננו בקווים המסורטטים בכחול וציינו במחברת מי מהם הוא אלכסון. נמקו.

א'

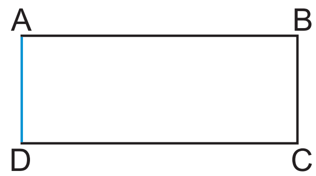


ב'

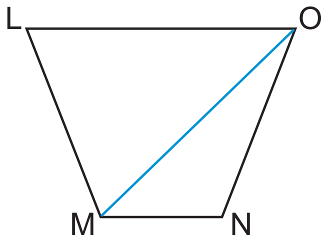


א'

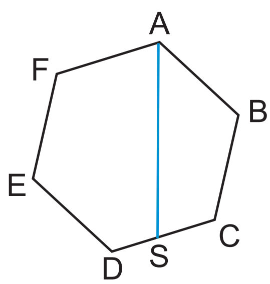
ג'



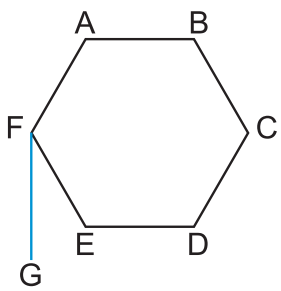
ד'



ה'

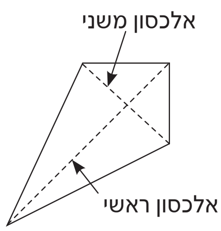


ו'

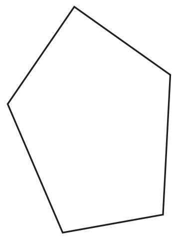


כדאי להכיר!

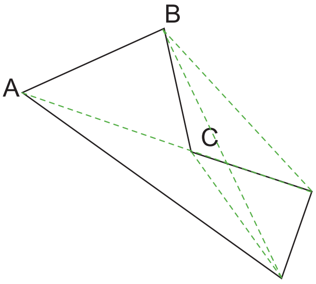
לדלתון יש שני אלכסונים: האחד הוא הבסיס המשותף לשני המשולשים שווי השוקיים. הוא נקרא: **אלכסון צדדי**.
השני הוא האלכסון המקשר בין שני הקדקודים של זוויות הראש.
הוא נקרא: **אלכסון ראשי**.



2. א. לפניכם מחומש. סַרְטְטוּ את כל אלכסוניו, וציינו כמה אלכסונים יש לו.



ב . לפניכם מחומש אחר. סרטטו את כל אלכסוניו. ציינו כמה אלכסונים יש לו, וענו על השאלות.



(1) אילו אלכסונים עוברים בתוך המצולע ABCDE? **AC, CE**

(2) איזה אלכסון עובר מחוץ למצולע זה? **BD**

(3) איזה אלכסון עובר על הצלע CD? **AD**

(4) איזה אלכסון חותך את אחת מצלעות המצולע? איזו צלע נחתכת על ידו? **BE** *חותך את* **CD**

(5) אילו קדקודים מחבר האלכסון BE?

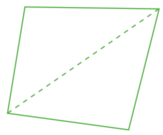
(6) איזו צלע חותך האלכסון BE?

59א

3. השלימו את המשפטים הבאים.

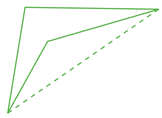
א. לפעמים אלכסוני מצולע נמצאים בתוך המצולע.

דוגמה לאלכסון בתוך מצולע:



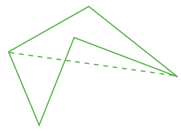
ב. לפעמים אלכסוני מצולע נמצאים מחוץ למצולע.

דוגמה לאלכסון מחוץ למצולע:



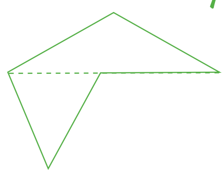
ג. לפעמים אלכסוני מצולע חותכים את צלע המצולע.

דוגמה לאלכסון שחותך את הצלע:



ד. לפעמים חלק מהאלכסון של המצולע מתלכד עם חלק מצלע המצולע.

דוגמה לאלכסון שחותך את הצלע:



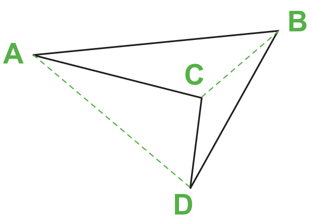
ה. סרטטו דוגמה שתתאים לכל אחד מהמשפטים שלעיל.

4. האם למרובע הזה יש אלכסונים? אם כן, כמה? ציירו אותם.

יש לו 2 אלכסונים:

AD מחוץ למרובע

CB בתוך המרובע



מ: א. ציירו מספר דלתונים כרצונכם, שהאלכסון הראשי שלהם יהיה אלכסוני. היעזרו בסרגל.

ב. ציירו מספר דלתונים שהאלכסון הראשי שלהם יהיה מאונך.

ג. ציירו מספר דלתונים שהאלכסון הראשי שלהם יהיה מאוזן.

ד. ציירו דלתון עם אלכסון ראשי ועם אלכסון צדדי.

ה. ציירו דלתון עם אלכסון צדדי בלבד.

פרק 7 – יחידות מידה של שטח

נושא היחידות חשוב מאוד להבנה המתמטית והמדעית.

בפרק זה נלמד החישוב של יחידות שטח תוך שילוב הכתיב האלגברי הפורמלי המציג את החישוב. הצגה הדרגתית כזו מהווה בסיס ללימוד אלגברה. הבעיות בפרק זה מאפשרות פיתוח יצירתי ומציעות מספר דרכים לפתרון אותה בעיה. בסוף הפרק תמצאו בעיות המקשרות בין החומר ההנדסי לחשבוני.

נוסחאות שטח והיקף מלבן

לפניכם הצעות למערכים ל-5 מערכי שיעור. הפרק פותח בחישובים של יחידות אורך ושטח, כי בלעדיהם לא ניתן לחשב שטחים והיקפים.

מטרות הפרק

- **מציאת שטח והיקף של מצולעים בעזרת שימוש בנוסחאות השטח וההיקף;**
- **הצבה ופתרון משוואות;**
- **איסוף נתונים והצבתם;**
- **סימון של קדקודים, מלבנים וצלעות;**
- **רישום אלגברי של נוסחאות;**
- **שימוש בנוסחה אלגברית;**
- **חישוב שטחים והיקפים של צורות מורכבות.**

מערך – יחידות אורך ושטח

מ: קִרְאוּ עמודים 60–62 וסכמו מה מלמדים בעמודים אלה.

ת: מגדירים מהי יחידת המידה של שטח, ומסבירים שאת ההיקף מודדים ביחידות מידה של אורך ואת השטח ביחידות מידה של שטח. 'למדוד אורך' פירושו למצוא כמה יחידות אורך נכנסות בו. 'למדוד שטח' פירושו למצוא כמה יחידות ריבועיות מרצפות אותו.

ת: למדנו גם איך לחשב שטח של מלבן.

מ: קִרְאוּ את ההסבר בעמוד 62 וְאִמְרוּ מהזיכרון, אילו יחידות שטח אנחנו מכירים.

ת: ממ"ר, סמ"ר, דצמ"ר, מ"ר, קמ"ר, דונם.

מ: איזו יחידת מידה של שטח שונה משאר היחידות, ובמה היא שונה?

ת: הדונם. בכל היחידות אנחנו יודעים שהן רבוע שאורך צלעו נתון. בדונם אנחנו רק יודעים מה גודלו.

מ: נחשב יחד כמה סמ"ר יש ב–4 דצמ"ר.

שלב א': בדצ"מ יש 10 ס"מ.

שלב ב': בדצמ"ר יש 10 בריבוע סמ"ר, כי בדצמ"ר יש שתי צלעות. אורך צלע אחת הוא 10 ס"מ. לאורך הצלע הזו מסתדרים 10 ריבועים של סמ"ר. יש 10 שורות כאלה, לכן כופלים 10 ב–10.

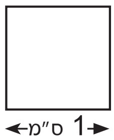
מ: כדי שנכיר היטב את יחידות השטח נפתור יחד את התרגילים בעמוד 62.

פרק 7: יחידות מידה של שטח

חישובי שטחים ונוסחאות

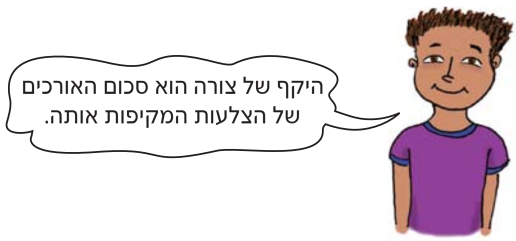
יחידות שטח הן יחידות מידה שבעזרתן מודדים שטח.
יחידות השטח שאנו משתמשים בהם הן ריבועים שגודלם נקבע כיחידה.
חישוב גודל של שטח מסוים פירושו מניית מספר יחידות השטח הריבועיות המרצפות אותו.
יחידת השטח שאנו מכירים היא סנטימטר מרובע (סמ"ר) שהוא השטח של ריבוע שאורך צלעו היא ס"מ אחד.

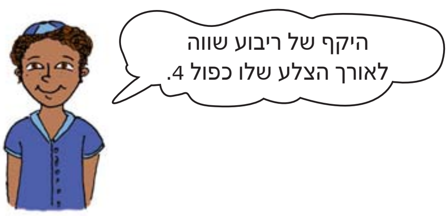
1. סַרְטְטוּ במחברת סנטימטר מרובע.
היעזרו במשבצות שבמחברת. אורך של שתי משבצות כאלה הוא 1 ס"מ.
ציינו את אורך הצלע של הריבוע לפי הדוגמה הבאה:



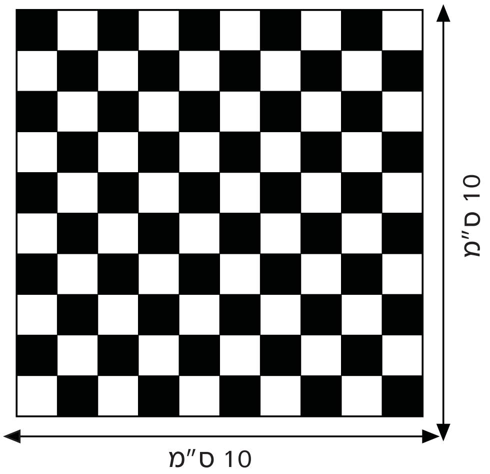
היקף ריבוע שאורך צלעו הוא 1 ס"מ הוא:
4 ס"מ = 1 ס"מ + 1 ס"מ + 1 ס"מ +1 ס"מ
מִדְדוּ בעזרת סרגל את היקף הסמ"ר שסרטטתם.
4 ס"מ = 1 ס"מ x 4

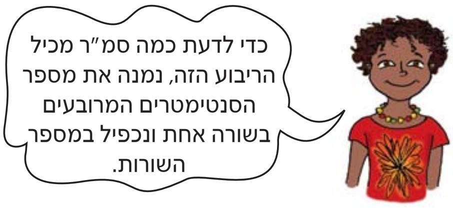
2. סַרְטְטוּ במחברת ריבוע שאורך צלעו 4 ס"מ.
א. היעזרו במשבצות של המחברת כדי לקבוע את שטחו של הריבוע הזה בסנטימטרים מרובעים.
חַשְּבוּ את היקף הריבוע. מִדְדוּ את ההיקף באמצעות סרגל וּבִדְקוּ אם קיבלתם אותה תשובה.
ב. מה היקפו של ריבוע שאורך צלעו 9 ס"מ? רִשְמוּ את התוצאה באמצעות כפל.





3. לפניכם ריבוע ששטחו דצימטר מרובע (דצמ"ר) אחד.
א. מה אורך כל צלע שלו?
ב. מה היקפו?
ג. כמה סמ"ר הוא מכיל?





4. היעזרו במשבצות של המחברת, וסרטטו מלבן שאורכו 9 ס"מ ורוחבו 7 ס"מ.
חשבו את שטחו: מנו את מספר ריבועי היחידה המרצפים אותו.

השמות של יחידות השטח

א. שטח של ריבוע שאורך כל אחת מצלעותיו הוא 1 מילימטר נקרא מילימטר מרובע, (1 ממ"ר).
ב. שטח של ריבוע שאורך כל אחת מצלעותיו הוא 1 סנטימטר נקרא סנטימטר מרובע (1 סמ"ר).
ג. שטח של ריבוע שאורך כל אחת מצלעותיו הוא 1 דצימטר נקרא דצימטר מרובע (1 דצמ"ר).
ד. שטח של ריבוע שאורך כל אחת מצלעותיו הוא 1 מטר נקרא מטר מרובע (1 מ"ר).
ה. שטח של ריבוע שאורך כל אחת מצלעותיו הוא 1 קילומטר נקרא קילומטר מרובע (1 קמ"ר).
בקמ"ר משתמשים למדידת שטחיהן של מדינות.
ו. יחידת מידה נוספת המשמשת לחישובי שטחים נקראת דונם. בדונם יש 1,000 מטר מרובעים.

ענו במחברת על השאלות הבאות.

1. א. כמה דונמים יש בקמ"ר אחד?
דונם אחד = 1,000 מ"ר
קמ"ר אחד = 1,000,000 מ"ר
בקמ"ר אחד יש 1,000 דונם
ב. כמה דונמים יש ב-8 קמ"ר?
ב-8 קמ"ר יש 8,000 דונם
ג. כמה ממ"ר יש בסמ"ר אחד?
בסנטימטר יש 10 מילימטר
בסנטימטר מרובע יש 100 מילימטר מרובע

61

ד. כמה ממ"ר יש ב–5 סמ"ר? ב–5 סמ"ר יש 500 ממ"ר

ה. כמה סמ"ר יש בדצמ"ר אחד?

בדצימטר יש 10 ס"מ

בדצימטר מרובע יש 100 סמ"ר

ו. כמה סמ"ר יש ב–6 דצמ"ר? ב–6 דצמ"ר יש 600 סמ"ר

ז. כמה מ"ר יש בדונם? 1,000 מטר מרובע

ח. כמה דצמ"ר יש במ"ר?

במטר יש 10 דצ"מ

במטר מרובע יש 100 דצמ"ר מרובע

ט. כמה סמ"ר יש ב–3 דצמ"ר?

דצימטר שווה ל–10 ס"מ

בדצימטר מרובע יש 100 סמ"ר

ב–3 דצימטר יש 300 סמ"ר

י. כמה דצמ"ר יש ב–4 מ"ר?

במטר יש 10 דצ"מ

במטר מרובע יש 10^2 דצמ"ר = 100 דצמ"ר

ב–4 מ"ר יש 400 דצמ"ר = 100 דצמ"ר x 4

יא. כמה מ"ר יש בקמ"ר?

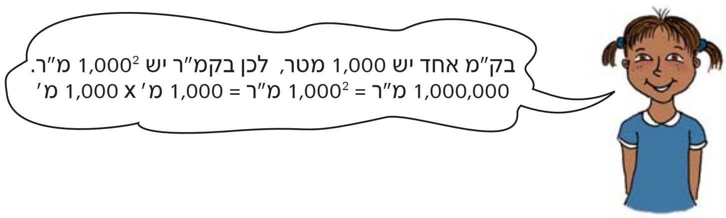
בק"מ יש 1,000 מטר

בקמ"ר יש $1,000^2$ מ"ר = 1,000,000 מ"ר

יב. כמה מ"ר יש ב–9 קמ"ר?

ב–9 קמ"ר יש 1,000,000 מ"ר x 9 שהם 9,000,000 מ"ר

שהם תשעה מיליון מ"ר



2. השלימו את המשפטים הבאים.

א. ב–7 מטר יש 70 דצ"מ.

ב. בס"מ אחד יש 10 מ"מ. בסמ"ר יש 100 ממ"ר.

ג. במטר אחד יש 100 ס"מ. ב–8 מטר יש 800 ס"מ. 100 ס"מ x 8.

ד. במטר מרובע אחד יש 100^2 סמ"ר = 10,000 סמ"ר.

ה. ב–7 מ"ר יש 70,000 סמ"ר = 10,000 סמ"ר x 7

א62–61

אפשר לכתוב את יחידות השטח בצורה נוספת:

ממ"ר – מ"מ^2

סמ"ר – ס"מ^2

דצמ"ר – דצ"מ^2

מ"ר – מ^2

קמ"ר – ק"מ^2

3. השלימו.

להלן פירוט תהליכי החשיבה הנדרשים לחישובי יחידות שטח.

א. 4 מ^2 = 40,000 ס"מ^2.

במטר יש 100 ס"מ

במטר מרובע יש 10,000 ס"מ

ב-4 מטרים מרובעים יש 40,000 סמ"ר

ב. 8 ס"מ^2 = 800 מ"מ^2.

בס"מ אחד יש 10 מ"מ

בסמ"ר אחד יש 100 ממ"ר

ב-8 סמ"ר יש 800 ממ"ר

ג. 100 ס"מ = 1 מ'.

ד. 9 דצ"מ = 900 מ"מ.

ה. בס"מ אחד יש 10 מ"מ.

ו. ב-12 ס"מ יש 120 מ"מ.

ז. ב-11 דצ"מ יש 110 ס"מ.

בדצ"מ יש 10 ס"מ.

ח. בדצ"מ אחד יש 100 מ"מ.

ט. במ"ר אחד יש 100 דצמ"ר.

במ' יש 10 דצימטר

י. ב-2 מ"ר יש 200 דצמ"ר.

יא. 1 קמ"ר = 1,000 דונם

קמ"ר מכיל 1,000,000 מ"ר.

דונם מכיל 1,000 מ"ר

קמ"ר מכיל 1,000 דונם

יב. 8 קמ"ר = 800,000,000 דצמ"ר.

מטר מכיל 10 דצ"מ

1,000 מטר הם ק"מ

ק"מ מכיל 10,000 דצ"מ

62ב

קמ"ר מכיל $10,000^2$ דצמ"ר שהם 100,000,000 דצמ"ר
8 קמ"ר מכילים 800,000,000 דצמ"ר

יג. בדצמ"ר יש 10,000 ממ"ר.
בדצ"מ יש 100 מ"מ
בדצמ"ר יש 10,000 ממ"ר

יד. בדונם יש 1,000 מ"ר.

טו. בחצי דונם יש 500 מ"ר.

טז. ב–7 דונם יש 7,000 מ"ר.

יז. ב–7 סמ"ר יש 700 ממ"ר.
בס"מ יש 10 מ"מ
בסמ"ר יש 100 ממ"ר
ב–7 סמ"ר יש 700 ממ"ר

יח. 900 דצמ"ר שווים ל–9 מ"ר.
במטר יש 10 דצ"מ
במטר מרובע יש 100 דצמ"ר
900 דצמ"ר שווה ל–9 מ"ר

יט. ב–70 קמ"ר יש 70,000,000 מ"ר.
בק"מ יש 1,000 מ'
בקמ"ר יש 1,000,000 מ"ר
ב–70 קמ"ר יש 70,000,000 מ"ר, כלומר 70 מיליון מטרים מרובעים

כ. ב–8 מ"ר יש 80,000 סמ"ר.
במטר יש 100 ס"מ
במטר מרובע יש 100^2 סמ"ר שהם 10,000 סמ"ר
ב–8 מ"ר יש 80,000 סמ"ר

מערך – סרטוט, חישוב היקף ושטח של ריבוע ושל מלבן

מ: קִרְאוּ את עמוד 64–63 על חישוב שטח והיקף של ריבוע. ונתרגל בעל-פה כמה חישובים. אני אומר מהו אורך הצלע ואתם תאמרו מהו ההיקף ומהו השטח של הריבוע.

אורך צלע הריבוע 8 ס"מ. מה היקפו ומה שטחו?

ת: ההיקף הוא 32 ס"מ, השטח הוא 64 סמ"ר.

הערה: מומלץ להרבות בתרגול כזה.

מ: במה עוסק עמוד 65?

ת: חישוב שטח של מלבן.

מ: סרטטו במחברת מלבן שאורך צלעו הארוכה 7 ס"מ ואורך צלעו הקצרה 3 ס"מ. כיצד אפשר להיעזר במשבצות כדי לסרטט את המלבן?

ת: אורכן של כל שתי משבצות הוא ס"מ אחד. אני מסרטט קו שאורכו 14 משבצות, משתמש בזווית הישרה של המשבצות ומותח קו שאורכו 6 משבצות. אחר כך משלים את המלבן.

ת: אני ציירתי בעזרת סרגל קו שאורכו 7 ס"מ, ציירתי את הזווית הישרה בעזרת המשבצות ואז סרטטתי את אורך הצלע הקצרה של המלבן שהיא 3 ס"מ.

מ: חשבו את היקף המלבן. איך תעשו זאת?

ת: נחבר את כל הצלעות המקיפות את המלבן.

מ: מה יהיה התרגיל?

ת: 3 + 7 + 3 + 7 = 20

מ: איך אפשר לקצר את התרגיל?

ת: 2 X 3 + 2 X 7 = 20

מ: איך נאמר זאת במילים?

ת: פעמיים 7 ועוד פעמיים 3.

מ: איך אפשר לכתוב אותו תרגיל בצורה נוספת?

ת: 2 X (7 + 3) = 20

מ: לפי איזה חוק מתמטי פעלתם?

ת: חוק הפילוג.

מ: מה חסר במה שכתבנו?

ת: היחידות.

מ: באילו יחידות נקבל את ההיקף?

ת: בס"מ.

מ: רִשְׁמוּ זאת.

ת: 2 X 7 ס"מ + 2 X 3 ס"מ = 20 ס"מ

מ: לאיזה סוג של יחידות שייך הס"מ?

ת: יחידות אורך.

מ: יפה. סרטטו מלבן אחר שמידותיו: 4 ס"מ על 8 ס"מ. חשבו את היקפו וּבִדְקוּ בעזרת סרגל אם אכן דייקתם בתשובה. רִשְׁמוּ את התרגיל בכל הדרכים האפשריות.

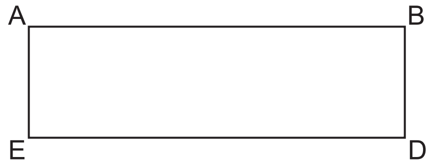
ת: 2 X 8 ס"מ + 2 X 4 ס"מ = 2 X ס"מ (8 + 4) = 24 ס"מ

יש לחזור על תהליך זה מספר פעמים.

מ: עכשיו נכיר מלבן שיש לו שם שניתן לו על פי קודקודיו. זוכרים איך משיימים נקודות?

ת: באותיות לטיניות גדולות.

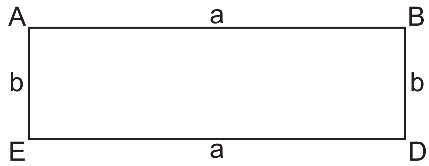
מ: כל אחד מכם יסרטט מלבן כלשהו וישיים אותו. אפשר, כמובן, לציין אותיות אחרות. אני מציינת את הקדקודים שהם נקודות.



מ: למלבן הזה קוראים על שם הקדקודים ABCD. לפעמים רושמים אותם בצירוף ציור קטן של מלבן ליד האותיות: □ABCD. לפעמים רושמים זאת כך: ABCD□. סרטטו מלבן כלשהו. שיימו את קדקודיו וּרְשָׁמוּ את "שמו".

יש לעודד שימוש באותיות שונות.

מ: את הצלעות מסמנים באותיות קטנות.



שימו לב: צלעות שוות אורך מסומנות באותן אותיות קטנות.

למתקדמים

מ: את ההיקף מסמנים באות גדולה P. האות הזאת נבחרה כי היקף באנגלית נקרא Perimeter. על שם האות הראשונה של המילה הזאת מציינים את ההיקף ב-P.

מהי הדרך הכללית לחישוב ההיקף של מלבן?

ת: מחברים את אורכי הצלעות.

מ: ראינו שכל פעם בכל מלבן הייתה לנו צלע אחרת. פעם הייתה צלע שאורכה 7 ס"מ, פעם צלע שאורכה 3 ס"מ, פעם צלע שאורכה 8 ס"מ וכו'. איך תציעו לכתוב שאנחנו רוצים לומר סתם צלע, כל צלע?

ת: אולי נקרא לה בשם?

מ: נכון, אפשר לשיים צלעות בשתי דרכים: א. או לפי הנקודות של הקדקודים של הצלע, למשל, צלע: AB (צלע אֵי בִּי).

ב. אפשר גם לקרוא לה בקיצור צלע a (צלע אֵי).

לשם הקיצור והנוחיות נבחר בסימון של אות קטנה a.

איך נאמר בעברית כיצד מוצאים היקף של מלבן?

ת: פעמיים הסכום של אורכי שתי צלעות סמוכות של המלבן שווה להיקף המלבן.

מ: איך נרשום את החוק המתאר כיצד לחשב את היקף המלבן באותיות לטיניות?

P_{ABCD} פירושו: ההיקף של המלבן שקודקודיו הם ABCD.

ת: $a + b + a + b$.

מ: זה רעיון נכון שניתן לשכללו. צריך לרשום גם למה זה שווה. אני מציגה לכם את דרך הרישום: ההיקף P של המלבן שווה ל-2 פעמים אֵי ועוד שתי פעמים בִּי.

$2 \times a + 2 \times b = P_{ABCD}$

לפי מה שלמדנו, איך אפשר לרשום זאת בעוד דרך?

ת: $2 \times (a + b) = P_{ABCD}$

מ: מה שכתבתם עכשיו נקרא נוסחה. זהו תיאור של חוק מתמטי באמצעות אותיות המייצגות במקרה שלנו את הצלעות ואת המלבן.

שימוש כזה באותיות נעשה באלגברה, שהיא המשך של החשבון ברמה גבוהה יותר.

אפשר לרשום $P_{\square}$ שפירושו היקף המלבן, אפשר לרשום P_{ABCD} שפירושו היקף המלבן ABCD.

$P_{ABCD} = 2(a+b)$ או $P_{\square} = 2(a+b)$.

למתקשים

תלמידים המתקשים בזיהוי או בכתיבת האותיות הלטיניות יוכלו להיעזר בניסוח המילולי, לכן יש להקפיד ולחזור כל פעם גם על הניסוח האלגברי וגם על הניסוח העברי של החוק.

מ: נראה שאפשר להסתייע בנוסחה כדי לחשב את היקף המלבן, מבלי לצייר אותו.

מה היקפו של מלבן שאורך צלעו הארוכה 5 מ' ואורך צלעו הקצרה 3 מ'?

נרשום את הנתונים. כיצד נציין אורך הצלע הארוכה במלבן?

ת: בְּאֵי קטנה.

מ: וכיצד נציין אורך הצלע הקצרה?

ת: בְּבִּי קטנה.

נרשום את זה כך:

5 מ' = a

3 מ' = b

נרשום גם מה מחפשים:

? = P

עכשיו נרשום את הנוסחה שתשמש אותנו:

PABCD = 2 x a + 2 x b = PABCD

ונציב בתוכה את המספרים הנתונים. להציב פירושו: להעמיד במקום. לדוגמה: אני מציבה אותך כשומר בפתח הכיתה. [המורה מעמידה תלמיד בפתח הכיתה].

מ: אני מחזיקה כרטיס ועליו כתוב 5 מ' וכרטיס שעליו רשום 3 מ', על הלוח כתובה נוסחת ההיקף של המלבן. היכן תניח את הכרטיס 5 מ'? והיכן את הכרטיס של 3 מ'?

ת: במקום של אֵי אני מציב את הכרטיס של 5 מ', במקום של בִּי את השני.

מ: מה נקבל?

ת: היקף המלבן הוא 16 מ' = 5 x 2 + 3 x 2

מ: עכשיו נבצע ונרשום את הכל יחד. מה היקפו של מלבן שאורך צלעו הארוכה 8 דצ"מ ואורך צלעו הקצרה 5 דצ"מ?

ת: נתון:

8 דצ"מ = a

5 דצ"מ = b

? = P

הנוסחה:

2 x a + 2 x b = PABCD

ההצבה:

26 דצ"מ = 5 דצ"מ x 2 + 8 דצ"מ x 2

למתקשים

לאפשר לרשום הכל בעברית:

אורך צלע אחת = 8 דצ"מ

אורך הצלע השנייה = 5 דצ"מ

היקף = ?

נוסחה: היקף = אורך צלע אחת x 2 + אורך הצלע השנייה x 2

26 דצ"מ = 5 דצ"מ x 2 + 8 דצ"מ x 2

חישובי היקפים ושטחים

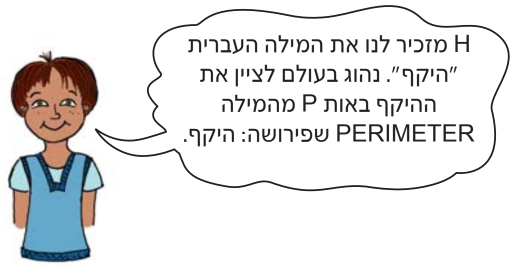
הערה: הסרטוטים בפרק זה מופיעים בהקטנה.

למדנו איך מסמנים נקודות, ישרים, קטעים וזוויות.

נכיר כעת 2 סימונים נוספים:

S מציין שטח

H מציין היקף



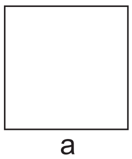
חישוב היקף ושטח של ריבוע

א. חישוב היקף של ריבוע

כדי לחשב היקף של ריבוע, נציין את אורך צלעו באות a.

הנוסחה לחישוב היקף הריבוע תהיה $H = a + a + a + a$

או בקיצור: $H = 4a$



היקף הריבוע שווה ל–4 פעמים a.

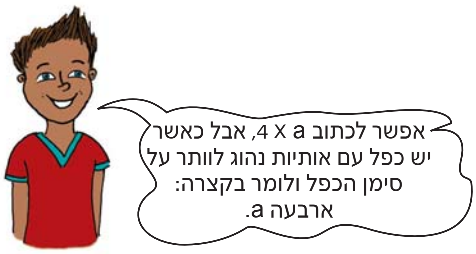
ב. חישוב שטח של ריבוע

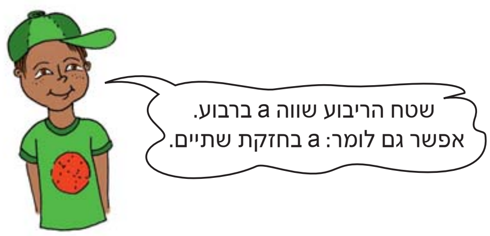
כדי לחשב שטח של ריבוע עלינו לכפול את אורך צלעו באורך הצלע הסמוכה לה.

כיוון שצלעות הריבוע שוות זו לזו, נכפול את אורך הצלע של הריבוע בעצמה.

הנוסחה לחישוב שטח ריבוע היא:

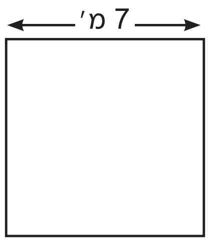
$S = a \times a = a^2$





חישובי שטחים ונוסחאות לחישוב שטח והיקף של מלבן

1. לפניכם סרטוט של מגרש ריבועי שאורך צלעו 7 מ'. נחשב את היקפו ואת שטחו.



חישוב ההיקף של הריבוע:

H = 4a

כיוון שאורך הצלע של הריבוע הוא 7 מטר, נציב בנוסחה את המספר 7 במקום המייצג את אורך הצלע:

H = 4 x 7 מ'

H = 28 מ'

היקף המגרש שווה ל־28 מטרים.

חישוב השטח של הריבוע:

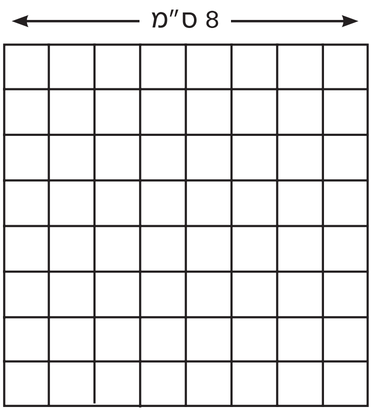
$S = a^2$

נציב את המספר 7 במקום המייצג את אורך הצלע של הריבוע.

S = 7 מ' x 7 מ' = 49 מ"ר

שטח המגרש הריבועי הוא 49 מ"ר.

2. לפניכם ריבוע, המחולק ליחידות שטח בנות 1 סמ"ר כל אחת.
כדי לחשב את השטח הכולל של הריבוע, יש לכפול את מספר הריבועים המרצפים שורה אחת של הריבוע במספר הכולל של השורות.
חַשְּׁבוּ את היקפו ואת שטחו של הריבוע שלפניכם.



64

הצעה למערך: חישוב שטח והיקף של מלבן, מעבר לנוסחאות

מ: סרטטו מלבן שאורך צלעו האחת 9 ס"מ ואורך צלעו השנייה 5 ס"מ. חשבו את שטחו כיצד נעשה זאת?

ת: צריך לכפול את אורכי שתי הצלעות.

מ: למה?

ת: צריך למצוא כמה סמ"ר נכנסים בתוכו.

מ: למדוד שטח פירושו למצוא כמה יחידות ריבועיות נכנסות בתוכו. למה יחידות ריבועיות?

ת: כי קל לרצף בעזרתן את השטח של המלבן.

מ: אם כך, למה מקבלים את השטח אם כופלים את האורך של צלע אחת באורך של הצלע השנייה?

ת: האורך של צלע אחת מציין כמה סמ"ר יש בשורה אחת.
האורך של הצלע השנייה אומר לנו כמה שורות כאלה נכנסות במלבן. יש 5 שורות ובכל שורה יש 9 סמ"ר, לכן בסך-הכל יש 5 פעמים 9 סמ"ר.

מ: עכשיו אנחנו כבר יודעים מהי נוסחה. עלינו להכיר רק את האות שתייצג את השטח: S. כדי לציין שטח של מלבן ABCD, רושמים S_{ABCD}. מי מוכן לרשום את נוסחת השטח של המלבן?

ת: $S_{ABCD} = a \times b$

מ: נהוג לרשום את שם המצולע באותיות מוקטנות ליד האות S. כך S_{ABCD} פירושו: השטח של המרובע ABCD. אם לא מתייחסים למצולע מסוים ורוצים באופן כללי לציין שמדובר בשטח של מצולע כלשהו, למשל במלבן, מצרפים ציור קטן של מלבן ליד האותיות S או P.

לדוגמה:

S□ פירושו שטח של ריבוע. P□ פירושו היקף של מלבן.

מ: לפי מה שלמדנו, איך נרשום את הפתרון?

ת: נתון:

9 ס"מ = a

5 ס"מ = b

? = S

הנוסחה:

$S = a \times b$

ההצבה:

45 סמ"ר = 9 ס"מ x 5 ס"מ

מ: הנה רשימה של נתוני מלבנים שונים. חשבו את שטחם ואת היקפם. פִּתְרוּ את סעיפים א'-ג' בעזרת חישוב.
פִּתְרוּ את סעיפים ד'-ו' באמצעות נוסחה. שימו לב ליחידות.

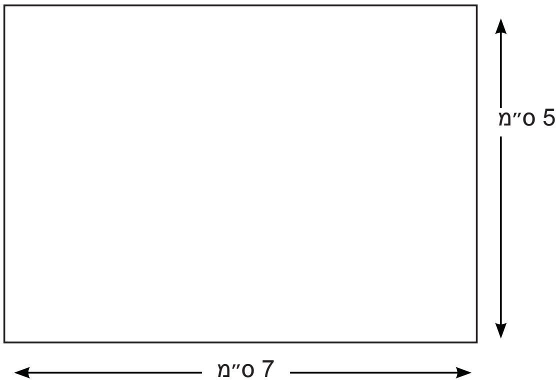
סעיף	אורך צלע אחת	אורך הצלע השנייה	היקף	שטח
א'	5 ס"מ	4 ס"מ		
ב'	10 מ'	8 מ'		
ג'	9 דצ"מ	7 דצ"מ		
ד'	12 מ"מ	10 מ"מ		
ה'	15 ס"מ	1 דצ"מ		
ו'	4 מ'	34 ס"מ		

הערה

רצוי מאוד ללוות את הלימוד בקריאת ההסברים בספר הלימוד. העמודים המטפלים בשטח ובהיקף של מלבן וריבוע הם 63-68 אפשר לתת שיעורי בית לקרוא אותם כהכנה לשיעור ואפשר לקרוא אותם תוך כדי השיעור, או לסיכומו. לבעיה של חישוב היקף הריבוע כשנתון שטחו כדאי להקדיש זמן: עמודים 69-71.

חישוב היקף ושטח של מלבן

לפניכם מלבן.



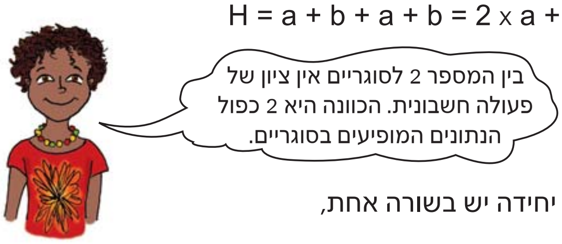
כדי לחשב את ההיקף של המלבן עלינו לחבר את אורכי הצלעות המקיפות אותו:

24 ס"מ = 7 ס"מ + 5 ס"מ + 7 ס"מ + 5 ס"מ

בכל מלבן יש שני זוגות של צלעות, למשל צלע a וצלע b.

נרשום את היקף המלבן בנוסחה:

$H = a + b + a + b = 2 \times a + 2 \times b = 2a + 2b = 2 \times (a + b) = 2(a + b)$



כדי לחשב את שטח המלבן, נספור כמה ריבועי יחידה יש בשורה אחת,

ונכפול את סכומם במספר השורות.

בשורה אחת יש 7 ריבועים.

בַּמַּלְבֵּן יש 5 שורות.

מספר ריבועי היחידה המרצפים את השטח הוא:

35 סמ"ר = 7 ס"מ x 5 ס"מ

נציין את אורך המלבן באות a.

נציין את רוחב המלבן באות b.

הנוסחה לחישוב שטח המלבן היא:

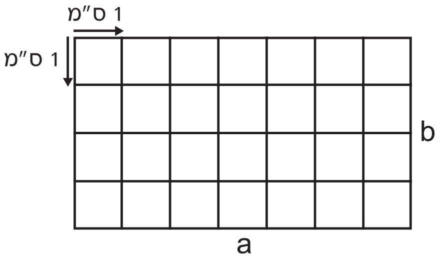
$S = a \times b$

אפשר גם לרשום אותה נוסחה ללא סימן הכפל. כך:

$S = ab$

65

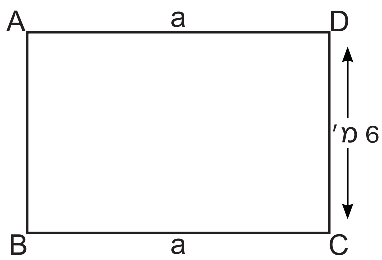
1. אורך צלע אחת של המלבן הוא 4 ס"מ, ואורך צלעו השנייה 7 ס"מ.
מצאו את שטחו ואת היקפו.
שטחו של המלבן הוא **28** ס"מ^2



S = a x b
S מייצג שטח
a ו–b מייצגים את אורך הצלעות.
H מייצג את ההיקף.
הנוסחה לחישוב היקף מלבן היא:
H = a + b + a + b
או בקיצור:
H = 2 x a + 2 x b
אפשר לרשום זאת כך:
H = 2a + 2b

היקף המלבן:
2 x (4 ס"מ + 7 ס"מ) = 2 x 11 ס"מ = 22 ס"מ
היקפו של המלבן הנתון הוא **22** ס"מ.

2. היקפו של מלבן הוא 30 מ'.
אורך צלע אחת שלו הוא 6 מ'. מה אורך הצלע השנייה?



66

נסמן את אורך הצלעות הנגדיות AD ו–BC באות a.

ההיקף של מלבן ABCD הוא:

6 + a + 6 + a = 30

לפי חוק החילוף של החיבור ניתן לרשום זאת כך:

.12 + a + a = 30

אפשר גם לנסח זאת בתרגיל הבא:

12 + ______ = 30

נחסר מההיקף את אורך שתי הצלעות הנתונות ונקבל:

18 מ׳ = 12 מ׳ – 30 מ׳

18 מטר הוא אורך שתי הצלעות הנגדיות AD ו–BC, השוות זו לזו באורכן.

9 מ׳ = 2 : 18 מ׳

אורך צלע אחת הוא 9 מ׳.

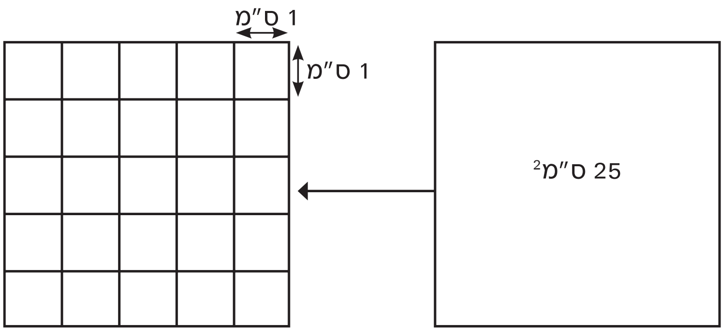
9 מ׳ = a

תשובה: אורך הצלע השנייה של המלבן הוא 9 מטר.

נרשום זאת כך:

9 מ׳ = a = AD = BC

3. שטחו של הריבוע הוא 25 ס״מ². מה היקפו?

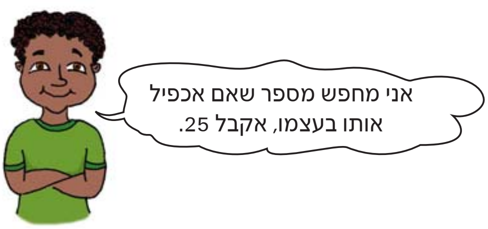


תרגיל:

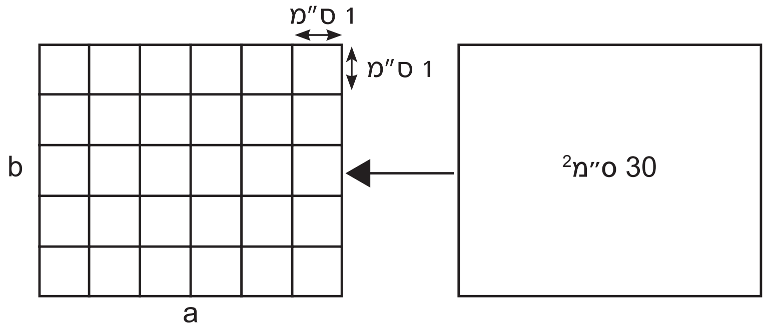
5 x 5 = 25

אורך צלע אחת של הריבוע הוא 5 ס״מ.

היקף הריבוע הוא ________ ס״מ.



4. שטחו של מלבן הוא 30 ס"מ^2.
אורך צלע אחת שלו הוא 6 ס"מ.
חשבו את אורך הצלע השנייה של המלבן, ואת היקפו.

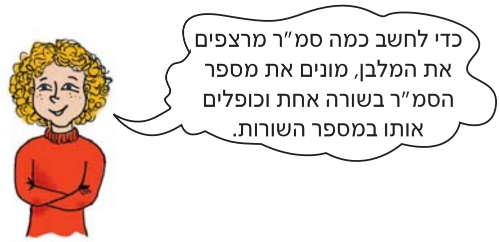


$S = a \times b$

6 ס"מ = a

$6 \times b = 30$

5 ס"מ = b



היקף המלבן הוא ______.

$H = 2a + 2b$

H = 2 x 5 ס"מ + 2 x 6 ס"מ = 10 ס"מ + 12 ס"מ = 22 ס"מ

פתרו.

1. חשבו את ההיקף ואת השטח של מלבן שאורך צלעו האחת 9 ס"מ ואורך צלעו השנייה 10 ס"מ.

הקף המלבן הוא :

2 x (9 ס"מ + 10 ס"מ) = 2 x 19 ס"מ = 38 ס"מ

שטח המלבן :

9 ס"מ x 10 ס"מ = 90 סמ"ר = 90 ס"מ^2

המעריך השני של החזקה מרמז על כך שבשטח יש שני ממדים.

2. היקפו של ריבוע הוא 36 ס"מ. מה שטחו?

אורך צלע הריבוע :

36 ס"מ : 4 = 9 ס"מ

שטח הריבוע:

9 ס"מ x 9 ס"מ = 81 סמ"ר

3. היקפו של מלבן הוא 24 דצ"מ. אורך אחת מצלעותיו הוא 4 דצ"מ.
   א. מה אורך הצלע השנייה שלו?
   ב. מה שטחו של המלבן?

סכום האורכים של שתי צלעות סמוכות :

24 דצ"מ : 2 = 12 דצ"מ

אורך הצלע השנייה:

12 דצ"מ − 4 דצ"מ = 8 דצ"מ

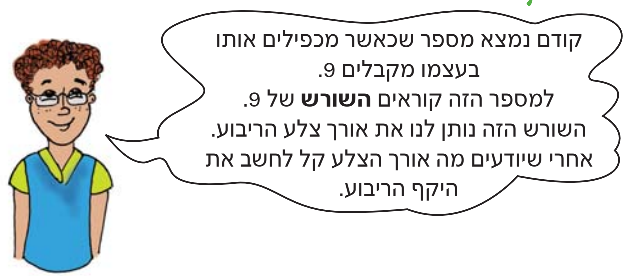
שטח המלבן:

4 דצ"מ x 8 דצ"מ = 32 דצמ"ר

4. שטחו של ריבוע הוא 9 סמ"ר. מה היקפו?

השורש של 9 סמ"ר הוא 3 ס"מ.

הקף הריבוע: 4 x 3 ס"מ = 12 ס"מ

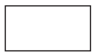


69א

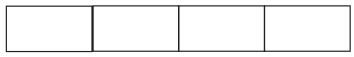
תרגיל 5: שאלת יחס אותה נהוג לפתור באמצעות תרשימים וחישוב ערך היחידה.

5. אורכו של מלבן גדול פי 4 מרוחבו.
היקפו של אותו מלבן הוא 30 מ'. מה שטחו של המלבן?

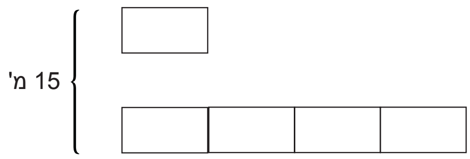
המלבן הזה מייצג בתרשים את רוחב המלבן:



המלבן הזה מייצג בתרשים את אורך המלבן הגדול פי 4 מרוחבו.



סכום האורך והרוחב של המלבן מיוצג בתרשים כך:



69ב

נחלק את 15 המטרים ל-5 חלקים שווים.
כל חלק כזה שווה 3 מ'.
רוחב המלבן הוא 3 מ'.
אורך המלבן הוא 12 מ' = 3 מ' x 4.
נכפול את אורך המלבן ברוחבו כדי למצוא כמה סמ"ר מכסים בדיוק את המלבן.

6. נתון מלבן שאורך צלעו האחת 9 ס"מ, ואורך צלעו השנייה 4 ס"מ.
מה אורך הצלע של ריבוע השווה לו בשטחו?
שטח המלבן 36 סמ"ר.
הוא שווה לשטח הריבוע.
כדי למצוא את אורך צלע הריבוע יש להוציא שורש מ-36 סמ"ר שהוא 6 ס"מ.
אורך צלע הריבוע הוא 6 ס"מ.

7. צלע אחת של המלבן ארוכה מהצלע השנייה ב-3 ס"מ. מחצית ההיקף של המלבן היא 19 ס"מ.
א. מהו היקף המלבן?
ב. מהו שטחו?
מחצית ההיקף של מלבן שווה לסכום שתי צלעות סמוכות. נחסר מהמחצית 3 ס"מ ונחלק את ההפרש ב-2. נקבל את אורך הצלע האחת. נחבר לה 3 ס"מ ונקבל את אורך הצלע השנייה.
עכשיו נוכל לחשב את המבוקש.
נרשום זאת כך: את הצלע האחת תייצג האות m אז הצלע הסמוכה היא m + 3
19 ס"מ = 3 ס"מ + m ס"מ + m ס"מ
16 ס"מ = 2m ס"מ
8 ס"מ = m = אורך הצלע האחת.
אורך הצלע השנייה הוא 11 ס"מ = 3 ס"מ + 8 ס"מ
היקף המלבן:
38 ס"מ = 19 ס"מ x 2
שטח המלבן:
88 סמ"ר = 11 ס"מ x 8 ס"מ

70א

תרגיל 9: אפשר להראות לתלמידים את סימן השורש, ואת הכתיב המקובל: $\sqrt{100} = 10$
תרגיל 10: תרגיל זה מקשר בין החשבון להנדסה.

8. היקף של ריבוע הוא 100 מ'. מה שטחו?
אורך צלע של הריבוע היא 25 מטר.
כדי לחשב את אורך הצלע נחלק את ההיקף ב-4.
25 מ' = 4 : 100 מ'
שטח הריבוע שווה למכפלת אורך הצלעות
625 מ"ר = 25^2 מ"ר = 25 מ' x 25 מ'

9. שטח של ריבוע הוא 100 סמ"ר. מה היקפו?
כדי למצוא אורך צלע של אחת של הריבוע נוציא את השורש הריבועי מ-100, כלומר, נחפש מספר שמכפלתו בעצמו תיתן 100. מספר זה הוא 10.
אורך צלע הריבוע הוא 10 ס"מ.
היקף הריבוע הוא :
40 ס"מ = 10 ס"מ x 4

10. על $\frac{3}{5}$ של מגרש מלבני ששטחו דונם אחד (דונם = 1,000 מ"ר) בנו בית. מה שטח הבית?
כדי למצוא ערך של חמישית אחת נחלק את 1,000 ב-5.
200 מ"ר = 5 : 1,000 מ"ר
כדי למצוא ערך של 3 חמישיות נכפול את ערך החמישית ב-3:
600 מ"ר = 200 מ"ר x 3

11. מצאו את ההיקף ואת השטח של המלבן שלפניכם.

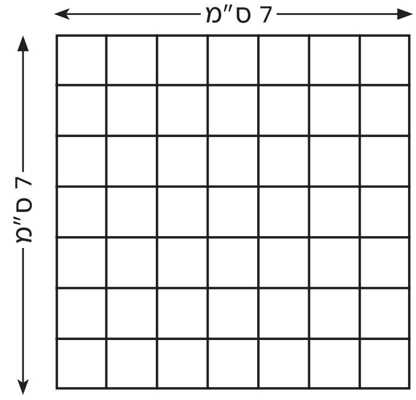
8 מ'

2 מ'

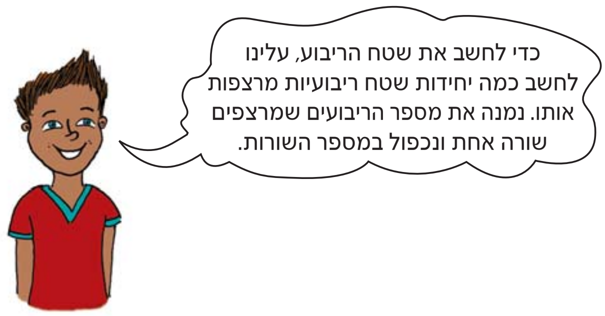
ההיקף הוא
20 מ' = 2 x 10 מ' = 2 x (2 מ' + 8 מ')
השטח הוא
16 מ"ר = 2 מ' x 8 מ'

ב70

12. חשבו את היקפו ואת שטחו של הריבוע שלפניכם.



שטח הריבוע הוא **49** סמ"ר.



הצעה למערך: שאלות מורכבות ושימוש בנוסחאות

מ: היקפו של מלבן 48 מ'. אורך צלעו האחת 16 מ'. מה אורך צלעו השנייה? מה עלינו לעשות כצעד ראשון?

ת: לפי דעתי צריך לחלק את 48 ל-2.

מ: למה?

ת: כדי למצוא היקף צריך לקחת את פעמיים הסכום של אורכי שתי צלעות סמוכות. אם נחלק את ההיקף ב-2 נקבל פעם אחת את הסכום.

מ: מה הצעד הבא?

ת: נחסר מהסכום את אורך הצלע האחת ונמצא את אורך הצלע השנייה.

מ: נרשום את השלבים של הפתרון.

ת: אורך כל הצלעות הוא 48 מ'.

מהו הסכום של שתי הצלעות הסמוכות?

48 מ' : 2 = 24 מ'

מהו אורך הצלע השנייה של המלבן?

24 מ' - 16 מ' = 8 מ'

מ: איזו שאלה נוספת ניתן לשאול על הנתונים האלה?

ת: יש לנו עכשיו את אורכי שתי הצלעות של המלבן. אפשר לשאול מהו שטח המלבן?

מ: נלמד לכתוב את הפתרון בדרך אלגברית. מה עלינו לרשום קודם לכל?

ת: את הנתונים ואת מה שאנחנו מחפשים.

מ: נשתמש בינתיים באותן האותיות.

ת: 16 מ' = a

48 מ' = P

b = ?

מ: מה הצעד הבא?

ת: נרשום את הנוסחה.

מ: מהי הנוסחה שנוגעת לענייננו?

ת: נוסחת ההיקף, כי אנחנו עוסקים בהיקף של המלבן.

מ: איזו נוסחת היקף כדאי לנו לרשום?

ת: $2 \times (a + b) = P$

מ: מהו השלב הבא?

ת: הצבה.

מ: מה נציב?

ת: את מה שנתון.

מ: בצעו זאת.

ת: $2 \times (a + b) = P$

$2 \times (16 + b) = 48$

מ: מה עכשיו?

ת: רואים שפעמיים הסכום הם 48, אז כדי למצוא פעם אחת של הסכום נחלק את 48 ב-2.

מ: רושמים את זה כך:

$(16 + b) = 24$

$16 + b = 24$

אנחנו יודעים לפתור את המשוואה הזאת, שכתבנו אותה פעם:

16 + ______ = 24

נפתור את זה כך, כפי שלמדנו:

b = 24 – 16 = 8 מ'

מ: מישהו יכול להציע דרך נוספת לפתרון?

ת: כן, אבל לא לפי הנוסחה.

מ: פרט.

ת: אם אורך אחת הצלעות הוא 16 מ' ולמלבן יש שני אורכים כאלה, אז סכומם 32 מ'. נחסר מ-48, שהוא כל ההיקף, את שני האורכים האלה. נקבל שסכום האורכים של שתי הצלעות האחרות הוא 16 מ' נחלק את 16 ב-2 ונקבל שאורך הצלע השנייה של המלבן הוא 8 מ'.

מ: המציאו עוד שתי בעיות מאותו סוג ופתרו אותן גם בחשבון וגם באלגברה.

מ: נתון היקף של מלבן שהוא 50 מטר. נתון שאורך אחת הצלעות שלו הוא 10 מטר. מה אפשר לומר על הבעיה ועל פתרונה?

ת: זו בעיה על מלבן שנתון היקפו ונתון אורך אחת מצלעותיו. מבקשים שנמצא את אורך הצלע השנייה. נחלק את ההיקף ל-2. כך נקבל את הסכום של שתי הצלעות הסמוכות של המלבן. נחסר את 10 המטרים ונקבל את אורך הצלע השנייה של מלבן.

ת: אם נתון ההיקף ואורך אחת הצלעות אפשר לחשב את אורך הצלע השנייה של המלבן.

מ: אם במקום האורך של צלע אחת היה נתון האורך של הצלע השנייה, מה היה משתנה בפתרון?

ת: שום דבר. היינו פותרים באותו אופן.

מ: אם כך, אז די לומר שנתון ההיקף ואחת הצלעות, צריך למצוא את אורך הצלע השנייה. המציאו בעיה שבה יהיה נתון ההיקף ויהיה נתון אורך הצלע הקצרה יותר נראה אם באמת זה אותו סוג של בעיה.

ת: היקף המלבן הוא 12 ס"מ. אורך צלעו הקצרה 2 ס"מ. מהו אורך צלעו הארוכה?

מ: פתרו במחברות.

ת: באלגברה, או בחשבון?

מ: בשניהם.

ת: בחשבון:

אורך 4 הצלעות הוא 12.

סכום אורכי שתי צלעותיו הסמוכות הוא 6 ס"מ, כי מחלקים את ההיקף ל-2 חלקים שווים.

אורך אחת מצלעות המלבן הוא:

6 ס"מ – 2 ס"מ = 4 ס"מ

באלגברה:

P = 12 ס"מ

a = ?

b = 2 ס"מ

2 x (a + b) = 2 x (a + 2) = 12

(a + 2) = 6

a + 2 = 6

a = 6 – 2 = 4 ס"מ

ת: זה ממש אותו פתרון.

הצעה למערך: חישוב שטח והיקף שאלות מורכבות

מ: (למתקדמים) היום נתחיל בשאלה מורכבת: שטחו של ריבוע הוא 81 מ"ר. מה היקפו?

ת: איך אפשר לפתור בעיה כזאת?

מ: מה צריך להיות נתון כדי שנוכל לחשב היקף של ריבוע?

ת: אם נדע את אורך צלעו של הריבוע נכפול אותו ב-4.

מ: האם אפשר מהשטח של הריבוע לדעת מה אורך הצלע שלו?

ת: אפשר לנחש. את שטח הריבוע מקבלים על-ידי הכפלת אורך הצלע האחת בצלע השנייה, כמו במלבן. מאחר שכל הצלעות בריבוע שוות, אז כדי למצוא שטח של ריבוע צריך לכפול את אורך הצלע בעצמו. נוכל לנחש. אם נכפיל 9 מ' ב-9 מטר נקבל 81 מ"ר. זאת אומרת שאם מקבלים שהשטח של הריבוע הוא 81 מ"ר אז הצלע של אותו ריבוע היא 9 מ'. 9 מ' כפול 4 ייתן לנו את ההיקף של הריבוע. היקף הריבוע הוא 36 מ'.

מ: יופי של הסבר. עכשיו אנחנו יודעים שאם נתון היקף של ריבוע נוכל לחשב את השטח, ואם נתון שטח של ריבוע נוכל לחשב את ההיקף של הריבוע.

ת: (מתקדם) אבל אם השטח הוא 6 סמ"ר, איך נחשב מזה את אורך הצלע?

מ: בשלב זה נלמד רק עם מספרים שנוכל לנחש מהם את האורך של הצלע.

פתרו את שאלה (3) בעמוד 73

הערות

א. הנחו את התלמידים לקרוא את עמודים 82-74 כולל ההנחיות ופתרון הבעיות. עמודים אלה יכולים לשמש ללימוד עצמאי, ואף למבחן עצמי עם ספר פתוח. כך נכוון את התלמידים לקריאה וללימוד עצמי.

ב. בעמודים 82-72 יש אוסף של בעיות חישוב. כאשר מחשבים את השטחים וההיקפים יש אפשרויות אחדות לפתרון. בחישוב ההיקף העיקרון הוא: "ללכת" מסביב לצורה. בחישובי שטחים העיקרון הוא לחלק את השטחים של הצורות המורכבות למלבנים או לריבועים שלגביהם יש נתונים, ולחבר את השטחים של כל חלקי הצורה. בתרגילים מסוימים נוח יותר לחשב שטח של הצורה הכללית (למשל להשלימה למלבן אחד גדול) ולחסר ממנה שטח של חלק מהצורה, כמו בבעיה (9) בעמוד 76.

ג. אפשר לארגן תחרות: מי יציע יותר פתרונות יצירתיים לחישוב השטחים וההקפים של הצורות בעמודים 82-72, לא מומלצת עבודה קבוצתית, כדאי שכל תלמיד יתמודד עם הבעיות האלה בעצמו.

סיכום

מ: מי רוצה לסכם מה אנחנו למדנו?

ת: - למדנו שכאשר נתון השטח של ריבוע ורוצים למצוא את ההיקף צריך קודם למצוא את הצלע בניחוש ואחר כך לחשב את ההיקף.

- למדנו שכדי למצוא היקף של ריבוע עלינו לכפול את אורך הצלע ב-4.
- למדנו שכאשר נתון ההיקף של ריבוע ורוצים לחשב את אורך צלעו עלינו לחלק את ההיקף ב-4.

דוגמה לשיחה בכיתה על עמודים 82-72

מ: מהי צורה מורכבת?

ת: צורה שמורכבת מצורות בסיסיות שאנחנו מכירים ויודעים את תכונותיהם וכיצד לחשב את שטחן.

מ: לפי הסרטוטים בספר, ממה מורכבות הצורות שבעמוד?

ת: מריבועים וממלבנים.

מ: מה הן התכונות של מלבנים?

ת: יש להם 4 צלעות, 4 זוויות ישרות, שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות ושוות אורך.

מ: מהן תכונות הריבועים?

ת: הריבועים הם מלבנים שווי צלעות.

מ: מה משמעות הדבר?

ת: יש להם את כל התכונות של מלבנים ותכונה אחת נוספת: שוויון הצלעות.

מ: נמנה את כל התכונות של הריבועים.

ת: יש להם 4 צלעות שוות, 4 זוויות ישרות, שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות.

מ: איך ניעזר בתכונות אלה כדי לבצע את המשימות שבעמוד?

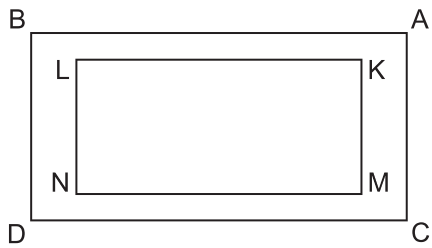
ת: אם יודעים אורך של צלע אחת, יודעים במלבן גם את אורך הצלע הנגדית לה. זה חוסך בחישובים.

מ: נראה איך אפשר לפתור תרגיל כזה. מה צריך לחשב בו?

ת: צריך לחשב בהן שטח של "מעין" רצועות שמקיפות את הצורה כמו טבעת פנימית.

מ: מה אתה מציע?

ת: לחשב את השטח של המלבן הגדול. ולחסר ממנו את שטח המלבן הקטן. ההפרש בין שני השטחים הוא שטח השביל.



הערה

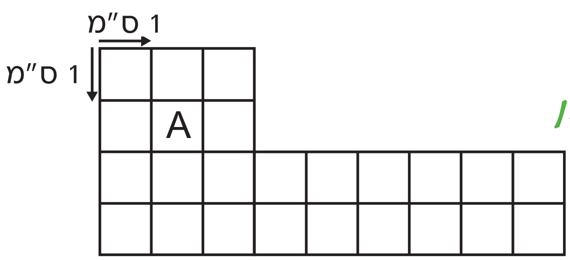
אם תלמידים יציעו אסטרטגיה אחרת של פתרון, למשל, לפרק את שטח המסגרת למלבנים, כדאי להשוות את היעילות של כל פתרון.

הערה זו נוגעת לכל החישובים האחרים של הצורות המורכבות.

פתרון הצורות המורכבות חשוב ביותר. כל מורה יוכל להחליט כמה מהבעיות המוצגות בספר יפתור ואיזה סיוע ייתן לתלמידיו.

לנוחיות המורים מוצעים בזה מספר פתרונות לחלק מהתרגילים.

.1



חישוב שטח A

A מורכב ממספר סמ"ר: 6 מהם במלבן העליון

18 מהם במלבן התחתון

יחד: 24 סמ"ר

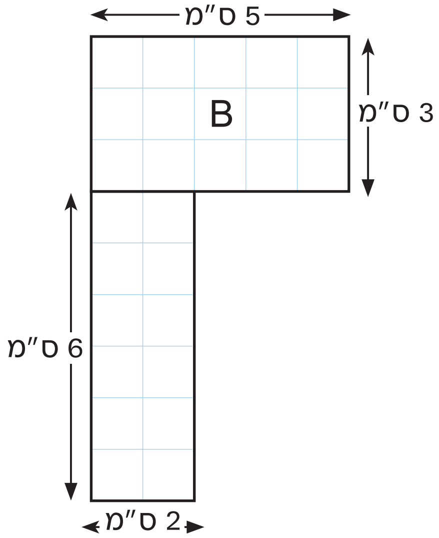
אפשר גם אחרת:

A מורכב ממלבן "עומד" אנכי שמידותיו 4 x 3, בסה"כ 12 סמ"ר.

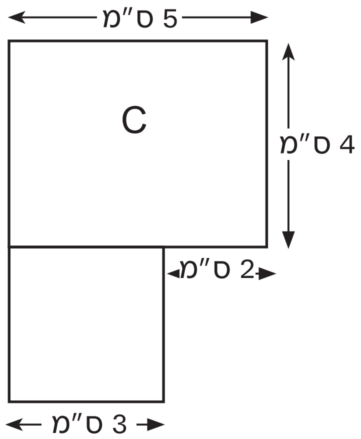
ובמאוזן יש 12 סמ"ר (6 בשורה אחת, 6 בשורה 2)

יחד: 24 סמ"ר.

חישוב של צורה B:
השטח: מורכב ממלבן עליון שמידותיו 5 x 3 = 15 כלומר 15 סמ"ר
ומלבן תחתון שמידותיו 6 x 2 = 12 כלומר 12 סמ"ר
יחד: 27 סמ"ר = 12 סמ"ר + 15 סמ"ר
ההיקף: נעקוב אחר אורך הקו החיצוני של הצורה:
נתחיל משמאל למעלה:
28 ס"מ = 3 ס"מ + 6 ס"מ + 2 ס"מ + 6 ס"מ + 3 ס"מ + 3 ס"מ + 5 ס"מ
אפשר, כמובן, לעקוב אחר אורך ההיקף מנקודת מוצא אחרת, ומכיוון אחר, בתנאי שהמעקב אחר אורך הצורה ייעשה בשיטתיות.



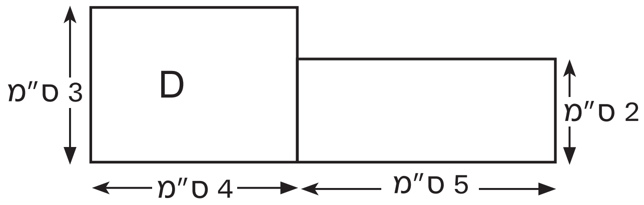
הצורה C
השטח: 29 סמ"ר = 9 סמ"ר + 20 סמ"ר
ההיקף: 24 ס"מ = 4 ס"מ + 3 ס"מ + 3 ס"מ + 3 ס"מ + 2 ס"מ + 4 ס"מ + 5 ס"מ



הצורה D

השטח: 22 סמ"ר = 10 סמ"ר + 12 סמ"ר

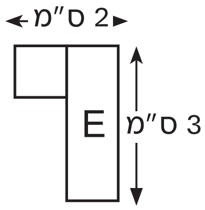
ההיקף: 24 ס"מ = 4 ס"מ + 1 ס"מ + 5 ס"מ + 2 ס"מ + 5 ס"מ + 4 ס"מ + 3 ס"מ



הצורה E

4 סמ"ר = 3 סמ"ר + 1 סמ"ר

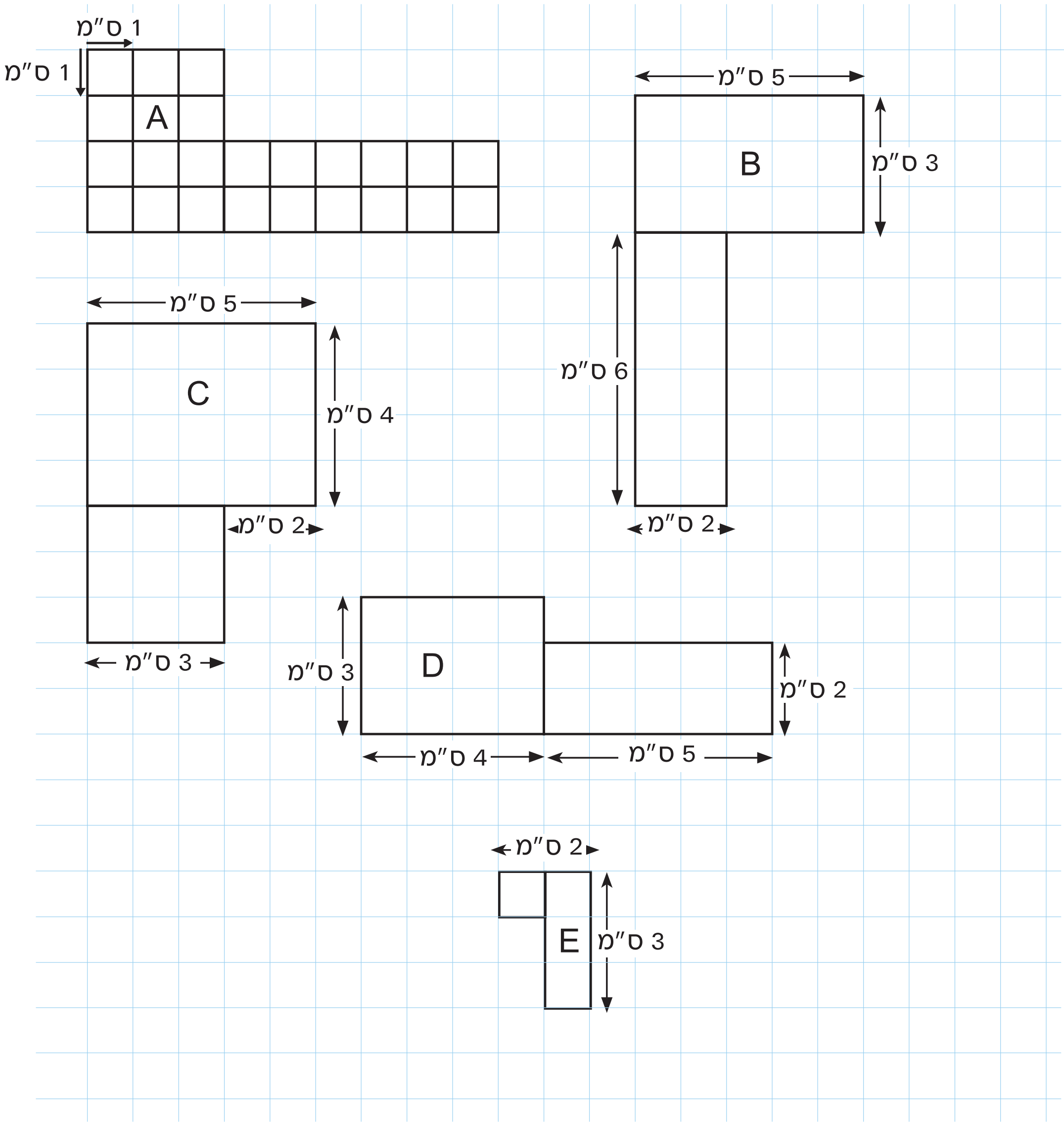
ההיקף: 10 ס"מ = 1 ס"מ + 1 ס"מ + 2 ס"מ + 1 ס"מ + 3 ס"מ + 2 ס"מ



שטחים והקפים של צורות מורכבות

כל אחת מהצורות הבאות מורכבת משני מלבנים.

1. מִצְאוּ את השטח ואת ההיקף של כל צורה.

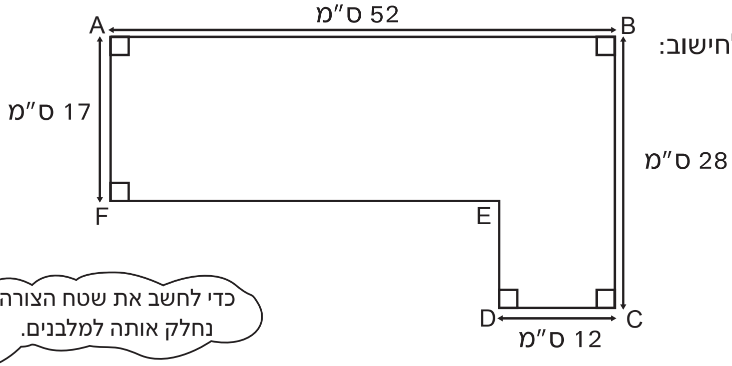


א. האם לכל הצורות שטח שווה?

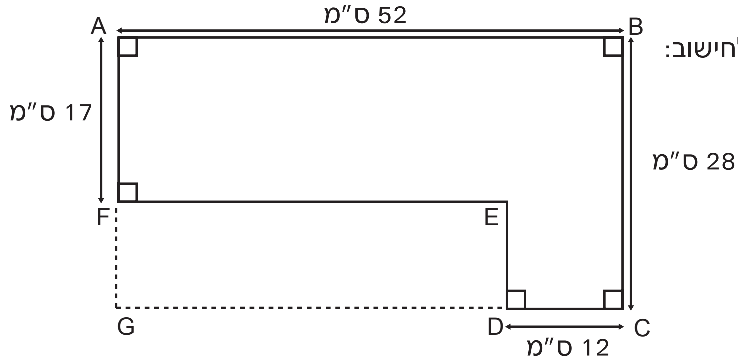
ב. האם ההיקף שלהן שווה?

2. מִצְאוּ את השטח ואת ההיקף של הצורה ABCDEF.

דרך אחת לחישוב:



דרך שנייה לחישוב:



הדרך הראשונה:

התרגיל לחישוב ההיקף:

$17 + 52 + 28 + 12 + (28 - 17) + (52 - 12)$

היחידות: ס"מ.

התרגיל לחישוב השטח:

$52 \times 17 + \times (28 - 17)$

היחידות: סמ"ר

הדרך השנייה:

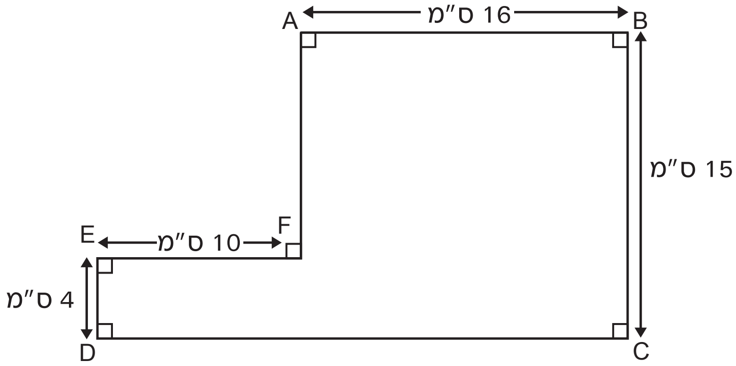
חישוב ההיקף כמו בדרך הראשונה.

התרגיל לחישוב השטח: $52 \times 28 - (28 - 17) \times (52 - 12)$

היחידות הן כמו בדרך הראשונה.

73א

3. חשבו את השטח ואת ההיקף של הצורה הבאה. הציעו מספר דרכים לפתרון.



התרגיל לחישוב ההיקף:

$16 + 15 + (16 + 10) + 4 + 10 + (15 - 4)$

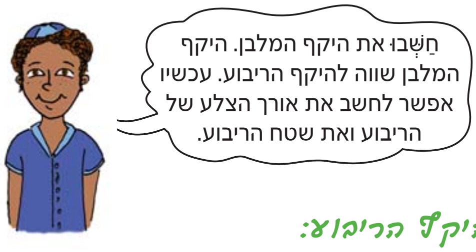
היחידות: ס"מ

התרגיל לחישוב השטח: $16 \times 15 + 10 \times 4$

היחידות: סמ"ר

ב73

4. מתן יצר בעזרת חוט ברזל מלבן שאורכו 8 ס"מ, ורוחבו 4 ס"מ. סַרְטְטוּ את המלבן שהכין מתן. אחר–כך הוא פתח את חוט הברזל ויצר מאותו חוט ריבוע. מה שטח הריבוע?



החישוב של היקף המלבן שהוא גם היקף הריבוע:

24 ס"מ = 12 ס"מ x 2 = (8 ס"מ + 4 ס"מ) x 2

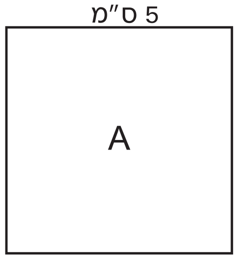
אורך צלע הריבוע:

6 ס"מ = 4 : 24 ס"מ

שטח הריבוע: 36 סמ"ר = 6 ס"מ x 6 ס"מ

5. לפניכם ריבוע A.

5 ס"מ



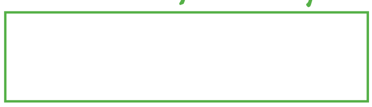
סרטטו מלבן B שהיקפו יהיה שווה להיקף ריבוע A ואחת מצלעות המלבן תהיה באורך 2 ס"מ.

חישוב היקף ריבוע A

20 ס"מ = 5 ס"מ x 4

זהו גם היקף המלבן.

2 ס"מ



2 ס"מ

א. מה שטחו של ריבוע A?

שטח הריבוע: 25 סמ"ר = 5 ס"מ x 5 ס"מ

ב. מה שטחו של מלבן B?

חישוב אורך צלע המלבן:

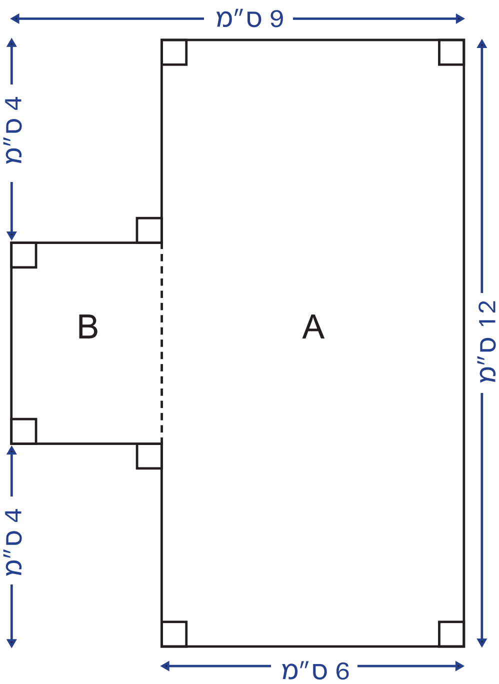
16 ס"מ = 4 ס"מ – 20 ס"מ

אורך המלבן: 8 ס"מ = 2 : 16 ס"מ

שטח המלבן: 16 סמ"ר = 2 ס"מ x 8 ס"מ

74א

6. הצורה שלפניכם מורכבת ממלבן A וממלבן B. חשבו את היקפה ואת שטחה.



חישוב ההיקף:

6 + 12 + 6 + 4 + 3 + 4 + 3 + 4

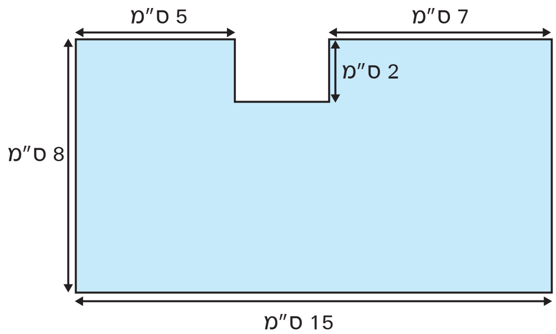
חישוב שטח A: 12×6

חישוב שטח B: 4×3

השטח הכולל הוא סכום השטחים של A ושל B.

ב74

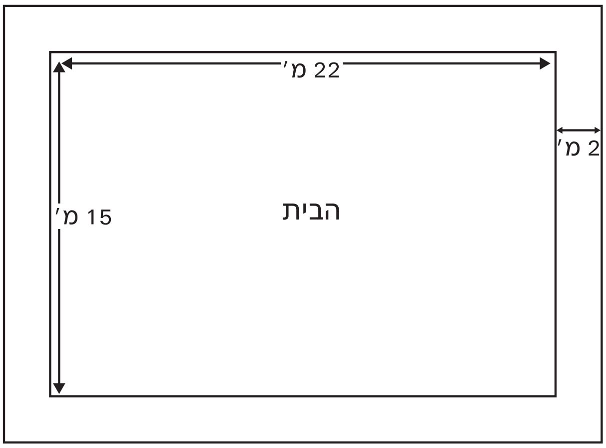
7. לפניכם מלבן גדול שמתוכו גזרו מלבן קטן. חשבו את שטח הצורה הצבועה בכחול.



חישוב השטח בסמ"ר:

$8 \times 15 - 2 \times (15 - 12)$

8. משפחת גפן בנתה בית מלבני שאורכו 22 מטר, ורוחבו 15 מ'.
מסביב לבית שתלו גינה שרוחבה 2 מטר.



א. מה שטח הבית והגינה יחד?

השטח של הבית והגינה יחד מורכב ממלבן שאורכו:
26 מטר = 2 מטר + 2 מטר + 22 מטר
ורוחבו: 19 מטר = 2 מטר + 2 מטר + 15 מטר
השטח הכולל
494 מ"ר = 19 מטר x 26 מטר

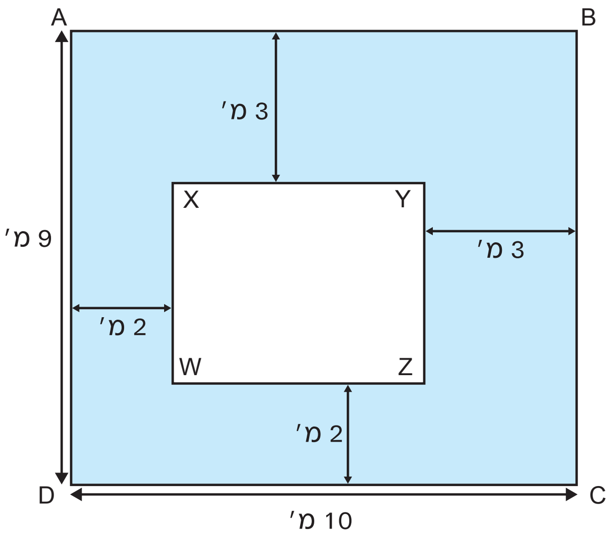
ב. מה שטח הבית ללא הגינה?

330 מ"ר = 15 מטר x 22 מטר

ג. מה שטח הגינה?

השטח הכולל פחות שטח הבית.
164 מ"ר = 330 מ"ר - 494 מ"ר

9. לפניכם מלבן גדול ובתוכו מלבן קטן. חשבו את השטח הצבוע בכחול.



אורך צלע XY: 5 מטר = 3 מטר – 2 מטר – 10 מטר

אורך צלע XW: 4 מ' = 2 מ' – 3 מ' – 9 מ'

שטח ABCD: 90 מ"ר = 10 מ' x 9 מ'

שטח XYWZ: 20 מ"ר = 4 מ' x 5 מ'

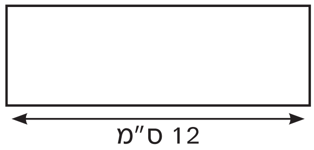
חישוב השטח הכחול: 70 מ"ר = 20 מ"ר – 90 מ"ר

76א

חזרה א'

בכל אחד מהמלבנים הבאים נתונים ההיקף ואורך אחת מהצלעות.
מצאו את אורך הצלע השנייה וחשבו את שטח המלבנים.

א.



היקף = 32 ס"מ

חישוב האורך והרוחב של המלבן:
8 ס"מ = 24 ס"מ – 32 ס"מ
4 ס"מ = 2 : 8 ס"מ
לאחר שחישבנו את האורך והרוחב קל לחשב את השטח ואת ההיקף.

ב.

היקף = 40 מ'

ג.

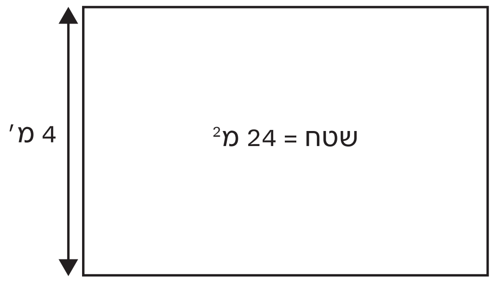
היקף = 66 מ'

76ב

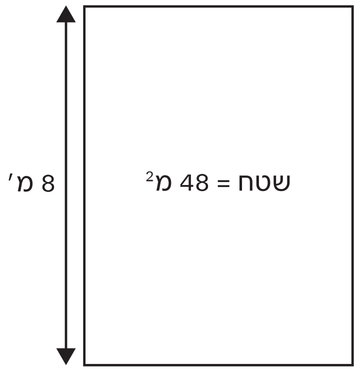
2. בכל אחד מהמלבנים הבאים נתונים השטח ואורך אחת מהצלעות. מִצְאוּ את אורך הצלע השנייה וחשבו את היקף המלבנים.

א. חישוב שטח המלבן נעשה על ידי מכפלת שתי צלעות סמוכות.
חישוב אורך הצלע השנייה:
6 מ' = 4 מ' : 24 מ"ר
לאחר שקיבלנו את אורך שתי הצלעות, נוכל לחשב את ההיקף.
באותו אופן נחשב גם את סעיפים ב'–ד'.

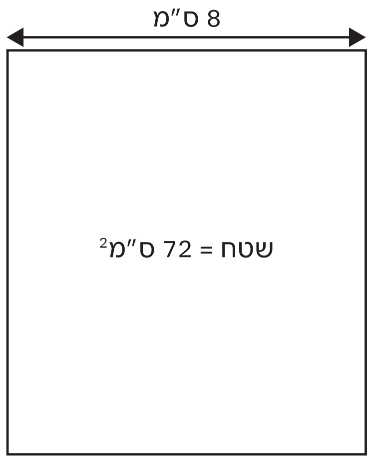
א.



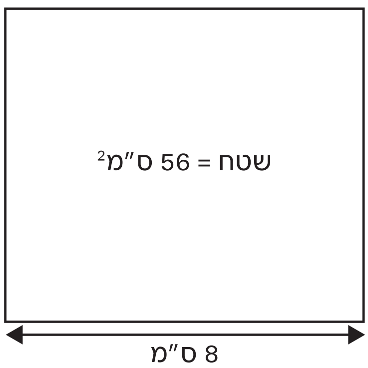
ב.



ג.



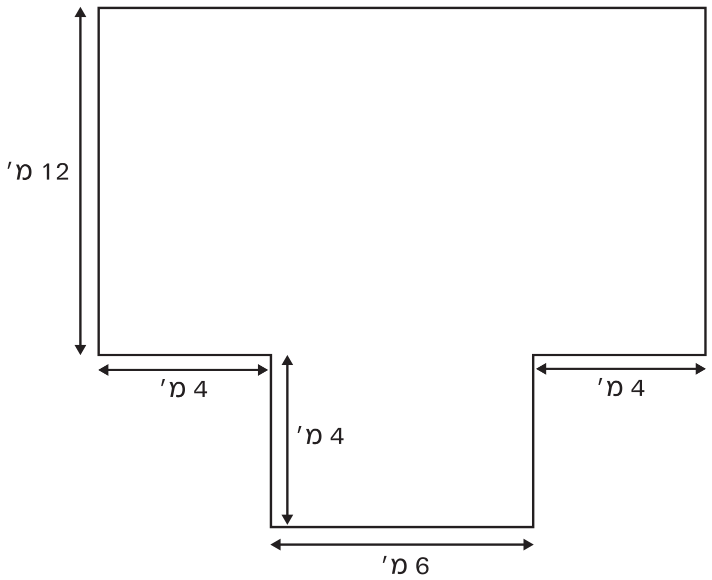
ד.



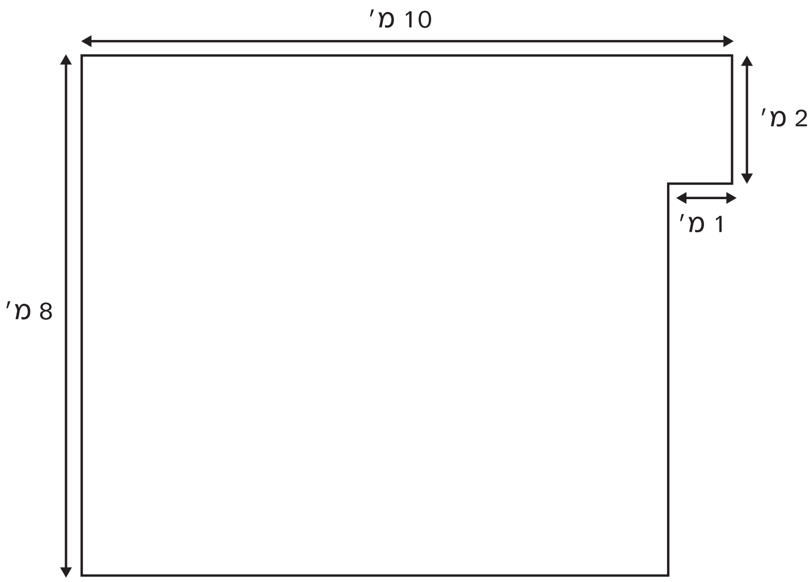
77

3. מְצְאוּ את השטח ואת ההיקף של כל אחת מהצורות הבאות, שכל זוויותיהן ישרות.

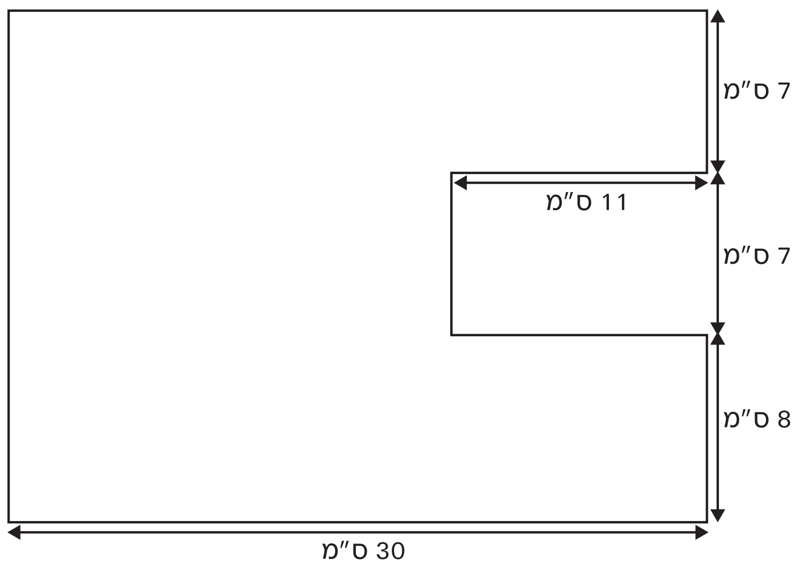
א.



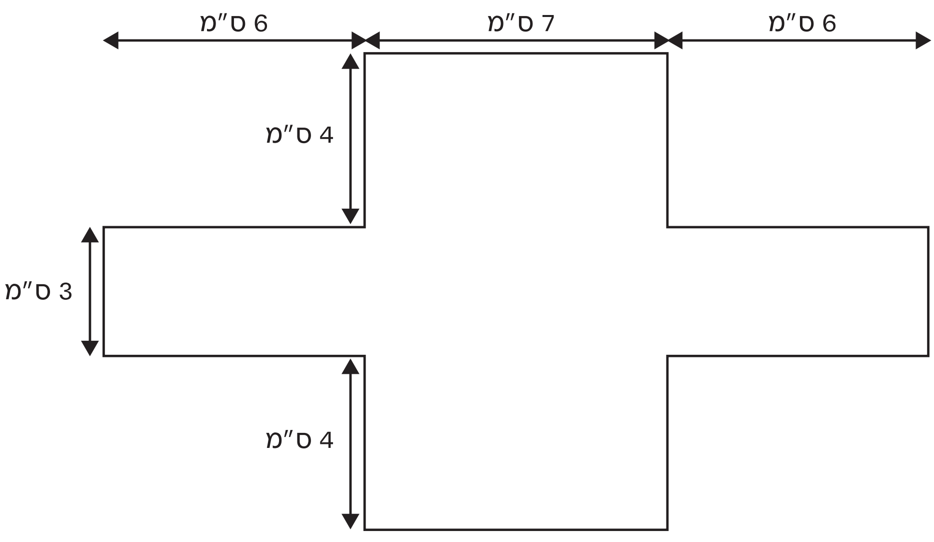
ב.



ג.



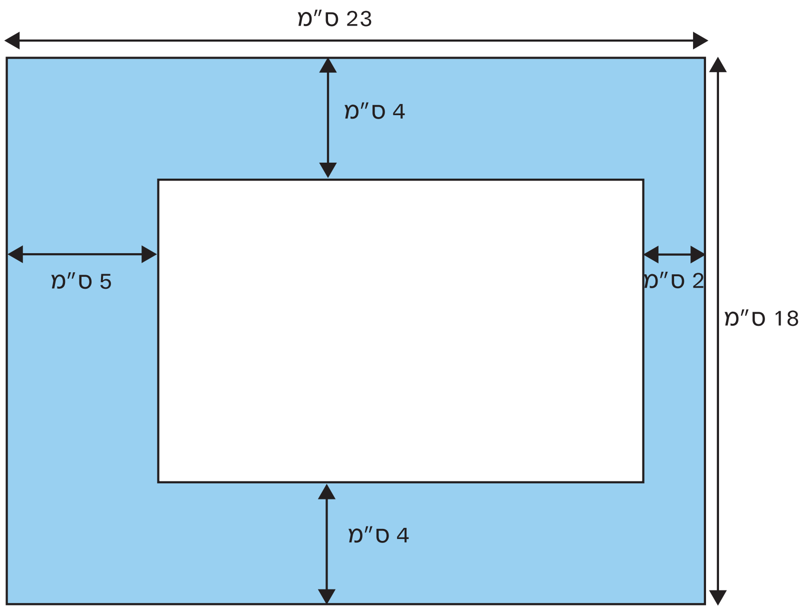
ד.



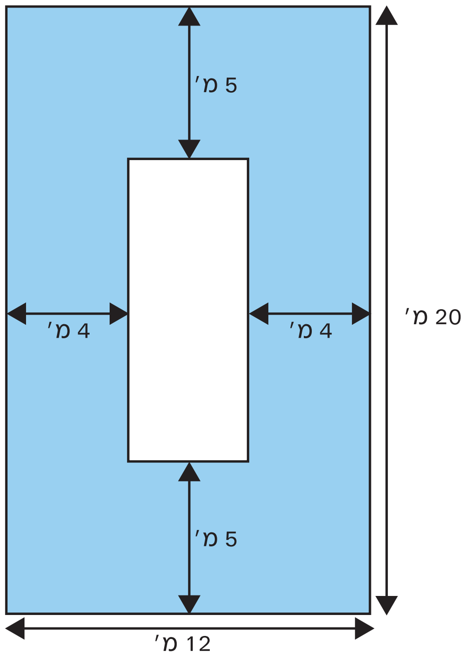
79

4. בכל אחד מהציורים הבאים מצויר מלבן גדול ובתוכו מלבן קטן.
חַשְּׁבוּ את השטחים הצבועים בכחול.

א.



ב.

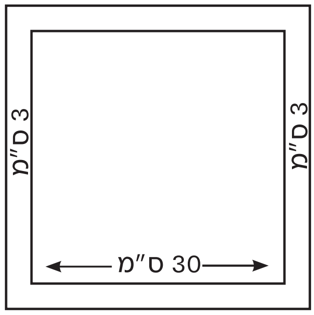


80

5. שטחו של קיר מלבני הוא 36 מ². אורכו 9 מ'. מה גובהו?

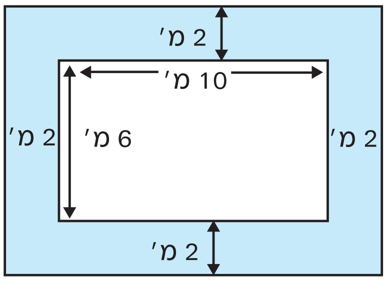
4 מ' = 9 מ' : 36 מ"ר

6. תמונה ריבועית מוקפת במסגרת אחידה. רוחב המסגרת 3 ס"מ.
אורך כל צלע של התמונה הוא 30 ס"מ.
מה שטח המסגרת?

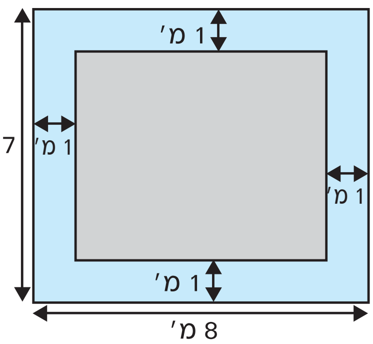


חישוב שטח התמונה והמסגרת:
1,296 סמ"ר = 36 ס"מ x 36 ס"מ
חישוב שטח התמונה ללא המסגרת:
900 סמ"ר = 30 ס"מ x 30 ס"מ
חישוב שטח המסגרת:
393 סמ"ר = 900 סמ"ר – 1,296 ס"מ

7. אורכה של גינת פרחים מלבנית הוא 10 מ', ורוחבה 6 מ'.
הגינה מוקפת בשביל שרוחבו 2 מ'.
מה שטח השביל?

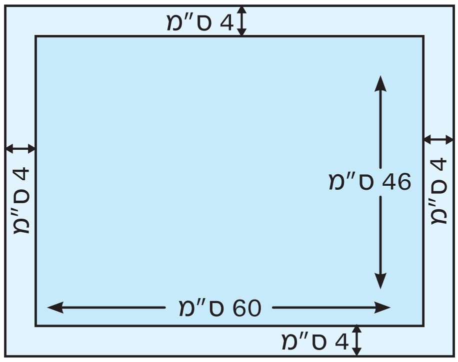


8. שטיח מלבני מונח על רצפת חדר. אורך החדר 8 מ' ורוחבו 7 מ'.
רוחב הרצפה החשופה סביב השטיח הוא 1 מ'.
מה שטח השטיח?



חישוב מידות השטיח:
מ-7 המטר יש לחסר 2 מטר. (מטר מכל צד)
רוחב השטיח: 5 מטר.
מ-8 מטר יש לחסר 2 מטר (מטר מכל צד)
אורך השטיח: 6 מטר.
שטח השטיח: 30 מ"ר = 6 מטר x 5 מטר

9. מידותיה של מפת שולחן הן: 60 ס"מ אורך וְ–46 ס"מ רוחב.
כאשר פורסים את המפה במרכז השולחן, שולי השולחן אינם מכוסים.
רוחב השוליים שאינם מכוסים הוא 4 ס"מ.
מהו השטח של שולי השולחן שאינם מכוסים במפה?



חישוב שטח המפה:
2,760 סמ"ר = 46 ס"מ x 60 ס"מ
חישוב שטח השולחן:
רוחב השולחן: 54 ס"מ = 8 ס"מ + 46 ס"מ
אורך השולחן: 68 ס"מ = 8 ס"מ + 60 ס"מ
שטח השולחן: 3,672 סמ"ר = 68 ס"מ x 54 ס"מ
חישוב השטח של שולי השולחן: 912 סמ"ר = 2,760 סמ"ר – 3,672 סמ"ר

82

חזרה ב׳

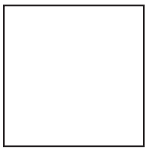
1. לפניכם מספר מצולעים. רִשְׁמוּ במחברת את שמו של כל אחד מהם, את הגדרתו ואת תכונותיו. אם אפשר להגדירו במספר דרכים רִשְׁמוּ את כל ההגדרות הידועות לכם.

דוגמה:

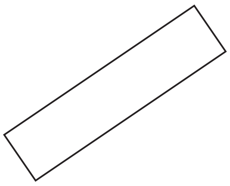
שם: ריבוע

הגדרה: מלבן שווה צלעות/ מקבילית משוכללת/ מעויָן ישר–זווית.

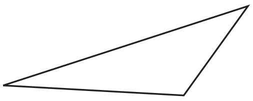
תכונות: כל זוג צלעות נגדיות מקבילות זו לזו;
כל צלעותיו שוות זו לזו;
כל זוויותיו ישרות;



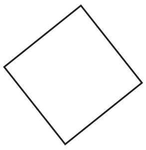
א׳



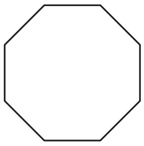
ב׳



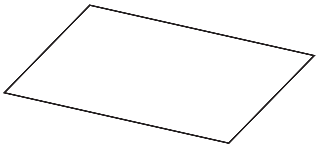
ג׳



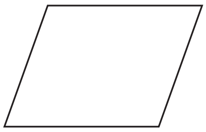
ד׳



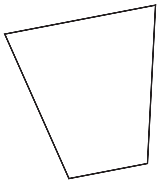
ה׳



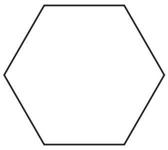
ו׳



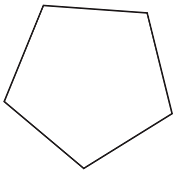
ז׳



ח׳

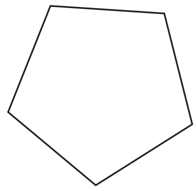


ט׳

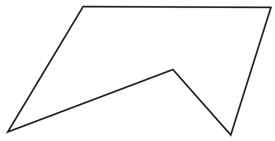


2. לפניכם מצולעים שונים. כתבו מתחת לכל מצולע את מספר צלעותיו.

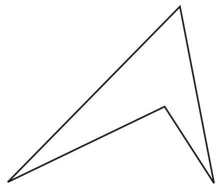
א׳



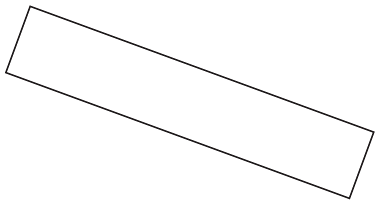
ב׳



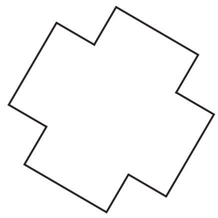
ג׳



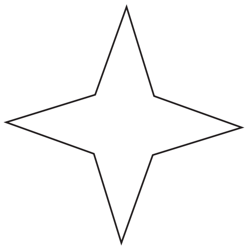
ד׳



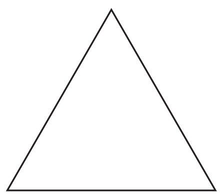
ה׳



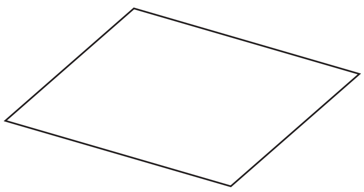
ו׳



ז׳



ח׳



פתרו במחברת.

1. שטחו של מלבן 36 מ"ר. אורך צלעו האחת 9 מ'. מה אורך צלעו השנייה? מה היקפו?

$S_{\square}$ = 36 מ"ר

a = 9 מ'

b = ?

$H_{\square}$ = ?

חישוב אורך הצלע השנייה של המלבן

S = ab

36 = 9b

b = 4 מ'

חישוב ההיקף:

H = 2 (a + b)

H = 2 (4 + 9) = 2 x 13 = 26

H = 26 מ'

2. היקפו של מלבן 34 ס"מ. אורך צלעו הקצרה 7 ס"מ. מה שטחו?

$H_{\square}$ = 34 ס"מ

a = 7 ס"מ

S = ?

H = 2 (a + b)

34 = 2 (7 + b)

17 = 7 + b

b = 10 ס"מ

S = a x b

b = 10 ס"מ

S = a x b

S = 7 x 10 = 70

S = 70 סמ"ר

3. היקפו של מלבן 84 ס"מ. אורך צלעו האחת גדול פי 2 מאורך צלעו השנייה. מה שטחו?

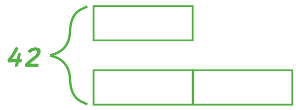
$H_{\square}$ = 84 ס"מ

אורך צלע אחת גדול פי שניים מאורך הצלע השנייה.

נייצג את אורך הצלע הקטנה במלבן ▭

לכן אורך הצלע הארוכה תיוצג בשני מלבנים ▭ ▭

85א



היקף שווה לפעמיים סכום שתי הצלעות הסמוכות, לכן סכום שתי הצלעות הסמוכות הוא:

84 : 2 = 42 ס״מ

אורך הצלע הקטנה: 42 : 3 = 14 ס״מ

אורך הצלע הגדולה: 14 x 2 = 28 ס״מ

חישוב השטח: $S = a \times b$

$S = 14 \times 28 = 392$

שטח המלבן: 392 סמ״ר

4. שטח של ריבוע הוא 36 סמ״ר. מה היקפו?

S□ = 36 סמ״ר

אורך צלע הריבוע הוא השורש הריבועי של 36, שהוא 6 ס״מ.

$H = 4a$

$H = 4 \times 6 = 24$

H□ = 24 ס״מ

5. היקפו של מלבן 84 ס״מ. אורך אחת מצלעותיו 14 ס״מ. מה שטחו?

H▭ = 84 ס״מ

a = 14 ס״מ

S▭ = ?

חישוב הצלע השנייה של המלבן:

$H = 2(a + b)$

$84 = 2(a + b)$

$84 = 2(a + 14)$

$42 = a + 14$

$42 - 14 = a$

a = 28 ס״מ

S▭ = 14 ס״מ x 28 ס״מ = 392 סמ״ר

6. היקפו של ריבוע הוא 60 ס״מ. נתון מלבן שאורך צלעו האחת 12 ס״מ והיקפו שווה להיקף הריבוע. מה שטח המלבן? מה שטח הריבוע? איזו מסקנה ניתן להסיק מבעיה זו?

H□ = 60 ס״מ

a▭ = 12 ס״מ

H▭ = H□

85ב

$S_{▭} = ?$

$S_{□} = ?$

$60 = 2\,(a + b)$

$30 = 12 + b$

הצלע השנייה של המלבן: $b = 18$ ס"מ

$S_{▭} = 18 \times 12 = 621$

$S_{▭} =$ 621 סמ"ר

$H_{▭} = H_{□} =$ 60 סמ"ר

$H_{□} = 4a$

$60 = 4 \times a$

$60 : 4 = a$

$a_{□} =$ 15 ס"מ

$S_{□} = a^2$

$S_{□} = 15^2 = 225$

$S_{□} =$ 225 סמ"ר

מסקנה: כאשר לשתי צורות יש אותו היקף ייתכן שהשטחים שלהן שונים.
צורות שוות היקף אינן בהכרח שוות שטח.

7. מגרש מלבני שאורך צלעותיו 30 מ' וְ–20 מ' הוקף בגדר. כל מטר גדר עולה 130 ש"ח.
כמה עלתה הגדר?

$a =$ 30 מ'

$b =$ 20 מ'

$H = 2\,(a + b)$

$H = 2\,(30 + 20)$

$H = 2 \times 50 = 100$

היקף המגרש 100 מ'

מחיר הגדר 13,000 ש"ח = 130 ש"ח x 100

8. על $\frac{2}{3}$ של מגרש מלבני בנו בית. אורך המגרש היה 69 מ'. רוחבו 52 מ'. מה גודל השטח שעליו נבנה הבית?

שטח המגרש 3,588 מ"ר = 52 מ' x 69 מ'

שטח הבית:

$$\frac{\overset{1,196}{\cancel{3,588}} \times 2}{\underset{1}{\cancel{3}}} = 2,392$$

שטח הבית: 2,392 מ"ר

85ג

9. מה שטחו ומה היקפו של ריבוע שאורך צלעו 12 ס"מ?

שטח הריבוע $S = a^2$

$S = 12^2$

$S = 144$ סמ"ר

היקף הריבוע $H = 4a$

$H = 4 \times 12 = 48$

$H_{\square} = 48$ ס"מ

10. אורך הצלע הארוכה של מלבן הוא 9 דצ"מ. אורך הצלע הקצרה שלו הוא 30 ס"מ. מה שטחו ומה היקפו?

$a = 9$ דצ"מ

$b = 30$ ס"מ

$H_{\square} = ?$

$S_{\square} = ?$

היחידות חייבות להיות אחידות.

נהפוך את 30 ס"מ ל-3 דצ"מ, לנוחיות החישוב.

$H_{\square} = 2\,(9 + 3) = 2 \times 12 = 24$

$H_{\square} = 24$ דצ"מ

נוח יותר לחשב יחידות שטח בסמ"ר לעומת דצמ"ר, לכן נהפוך את כל היחידות לס"מ.

$a = 90$ ס"מ

$b = 30$ ס"מ

$S = 90 \times 30 = 2{,}700$

$S = 2{,}700$ סמ"ר

11. היקפו של מגרש ריבועי הוא 72 מ'. סביב המגרש בנו גדר. כל מטר של גדר עלה 125 ש"ח. כמה עלתה הגדר?

היקפו של מגרש ריבועי הוא 72 מ'

$H_{\square} = 72$ מ'

מחיר הגדר 9,000 ש"ח = 125 ש"ח x 72

המחיר: 9,000 ש"ח

12. שטחו של ריבוע הוא 49 סמ"ר. צבעו $\frac{4}{7}$ ממנו. מה גודלו של השטח שאינו צבוע?

צבעו 4/7 מהשטח. 3/7 מהשטח לא צבוע.

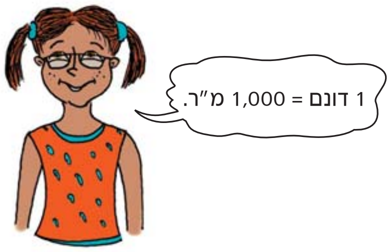
גודל השטח שאינו צבוע:

21 סמ"ר = $\frac{49 \times 3}{7}$ סמ"ר

תרגיל 16: מספר השערים הוא נתון מיותר. מומלץ להתייחס לכך בעת הדיון בכיתה.

13. על שטח של 8 דונם. שתלו עצים. לכל עץ דרוש שטח של 2 מ"ר כדי שיוכל להתפתח.
כמה עצים אפשר לשתול בשטח כזה?

בכל דונם יש 1,000 מ"ר.
ב-8 דונם יש 8,000 מ"ר.
מספר העצים בשטח זה הוא:
4,000 עצים = 2 מ"ר : 8,000 מ"ר (חילוק להכלה)
על שטח זה אפשר לשתול 4,000 עצים.



14. אורך גדר המקיפה מגרש ריבועי הוא 36 מ'. על $\frac{5}{9}$ מהשטח שתלו דשא. מה שטח הדשא?

36 מ' = $H_\square$
אורך צלע הריבוע הוא 6 מ' (הוצאת שורש ריבועי מ-36)
שטח המגרש:
36 מ"ר = 6 מ' x 6 מ'
שטח הדשא:

20 מ"ר = $\frac{36 \times 5}{9}$ מ"ר

שטח הדשא 20 מ"ר

15. שטחה של חצר ריבועית הוא 64 מ"ר. נטעו סביבה גדר חיה. מה אורך הגדר החיה?

אורך הצלע הוא 8 מ' (הוצאת שורש)
היקף החצר: 32 מ' = 8 מ' x 4
אורך הגדר החיה: 32 מ'

16. שטחו של מגרש מלבני הוא 2,240 מ"ר. אורך צלעו האחת 40 מ'. לאורך $\frac{7}{8}$ מהיקפו בנו גדר.
כל מטר של הגדר עלה 100 ש"ח. על אותו חלק של ההיקף שנשאר ללא גדר בנו 12 שערים.
מחיר כל מטר שער היה 560 ש"ח. כמה עלה הגידור הסופי של המגרש, כולל השערים?

2,240 מ"ר = $S_\square$
40 מ' = a
חישוב אורך הצלע השנייה של המלבן
S = ab
2,240 = 40b

85ה–86א

$$b = \frac{2{,}24\cancel{0}}{4\cancel{0}}$$

$$b = \frac{\overset{56}{\cancel{2{,}24}}}{\cancel{4}}$$

b = 56 מ'

$$H = 2(a + b) =$$
$$= 2(40 + 56) =$$
$$= 2 \times 96 = 192$$

היקף המגרש 192 מ'

החלק המגודר = $\frac{192 \times 7}{8}$

$$\frac{\overset{24}{\cancel{192}} \times 7}{\cancel{8}} = 24 \times 7 = 168$$

אורך הגדר: 168 מ'

מחיר הגדר: 16,800 ש"ח = 100 ש"ח x 168

היקף כל המגרש 192 מ'

אורך הגדר 168 מ'

האורך שהוקצה לשערים:

24 מ' = 168 מ' – 192 מ'

מחיר השערים: 13,440 ש"ח = 560 ש"ח x 24

מחיר הגדר והשערים יחד:

13,440 ש"ח

\+

16,800 ש"ח

30,240 ש"ח

86ב

17. שטח ריבוע הוא 100 דצמ"ר. מה היקפו של מלבן ששטחו שווה לשטח הריבוע ואורך אחת מצלעותיו 25 דצ"מ? מה היקפו של הריבוע? איזו מסקנה ניתן להסיק מבעיה זו?

שטח הריבוע = שטח המלבן = 100 דצמ"ר.

אורך הצלע השנייה של המלבן:

4 דצ"מ = 25 דצ"מ : 100 דצמ"ר (חילוק להכלה)

היקף המלבן: $H▭ = 2(a + b)$

$H▭$ = 2(4 דצ"מ + 25 דצ"מ) = 2 x 29 דצ"מ = 58 דצ"מ

היקף המלבן: 58 דצ"מ

היקף הריבוע:

אורך צלע הריבוע: 10 דצ"מ (הוצאת שורש).

היקף הריבוע: 40 דצ"מ = 10 דצ"מ x 4

מסקנה: שתי הצורות שוות שטח אך אינן שוות היקף.

18. אורכו של חדר הוא 5 מ'. רוחבו 4 מ'. גובהו 3 מ'. מה שטח קירותיו?

לחדר 4 קירות, כל שני קירות נגדיים שווים בשטחם.

שטח 2 קירות:

30 מ"ר = 3 מ' x 5 מ' x 2

שטח שני הקירות האחרים:

24 מ"ר = 3 מ' x 4 מ' x 2

שטח כל הקירות:

54 מ"ר = 24 מ"ר + 30 מ"ר

19. צבעו את קירותיו ואת תקרתו של חדר שמידותיו הן:

הגובה = 3 מ', האורך = 7 מ', הרוחב = 4 מ'.

את החלונות והדלתות לא צובעים.

הצַבָּע חישב שעליו לגבות בעבור הצביעה 450 ש"ח, לפי חישוב של 5 ש"ח לכל מ"ר ($מ^2$) צבוע.

מה שטח החלונות והדלתות?

שטח הקירות:

שטח שני קירות נגדיים: 42 מ"ר = 3 מ' x 7 מ' x 2

שטח שני הקירות האחרים: 24 מ"ר = 3 מ' x 4 מ' x 2

השטח הכולל של הקירות:

42 מ"ר

\+

24 מ"ר

66 מ"ר

86ג

שטח התקרה:
28 מ"ר = 4 מ' x 7 מ'
שטח התקרה: 28 מ"ר

השטח הצבוע:
66 מ"ר
+ 28 מ"ר
94 מ"ר

מספר המטרים המרובעים שנצבעו:
90 מ"ר = 5 ש"ח : 450 ש"ח (חילוק להכלה)
את החלונות לא צובעים, לכן:
94 מ"ר
− 90 מ"ר
4 מ"ר

שטח החלונות והדלתות: 4 מ"ר.

20. אדם קנה מגרש ששטחו חצי דונם. הוא בנה את ביתו על $\frac{2}{5}$ משטח המגרש. ב־$\frac{2}{3}$ מהשטח הפנוי הוקמה גינה. יתרת השטח רוצפה. מה שטח הבית? מה שטח הגינה? מהו השטח המרוצף?

חצי דונם = 500 מ"ר
שטח הבית: 2/5 מהמגרש הם 200 מ"ר = 2 x $\frac{\cancel{500}}{\cancel{5}}$ מ"ר

נותרו:
500 מ"ר
− 200 מ"ר
300 מ"ר

שטח הגינה 200 מ"ר = 2 x $\frac{\cancel{300}}{\cancel{3}}$ מ"ר

שטח הבית והגינה יחד הוא:
200 מ"ר
+ 200 מ"ר
400 מ"ר

השטח המרוצף:
100 מ"ר = 400 מ"ר − 500 מ"ר

T86

פרק 8 – גופים

פרק זה מטפל בהכרת חלקי התיבה, פריסת התיבה ואלכסוני התיבה, חישוב נפח תיבה ושטח פנים. הקושי הצפוי בעת הוראת הנושא הוא התהליך של ההשלכה מהעולם התלת-ממדי לעולם הדו-ממדי, כלומר, מהגופים התלת-ממדיים לסרטוט הדו-ממדי. כדי להתגבר על קושי זה מומלץ ללמד את הנושא באמצעות המחשות רבות מהעולם הסובב אותנו, כגון שימוש בקופסת נעליים וציור האלכסונים על גבי דפנותיה, פתיחת אריזות מוכרות ומעבר לסרטוט דו-ממדי.

אפשר ל״צייר״ קווים דמיוניים בחדר, לצייר אלכסון בגיר על הרצפה ואלכסון דמיוני מפינה עליונה של החדר לפינה הנגדית, או אלכסון לאורך הקירות או התקרה. פעילויות אלה חשובות במיוחד לפיתוח תפיסה מרחבית.

מטרות הפרק

- **הכרת חלקי התיבה;**
- **הבנת מושג הממד;**
- **זיהוי סרטוט של גוף (תלת-ממדי) המצוייר על משטח (דו-ממדי);**
- **הבנה שקובייה היא מקרה פרטי של תיבה;**
- **הכרת האלכסונים השונים של התיבה;**
- **זיהוי אלכסונים מסרטוט;**
- **סרטוט אלכסונים שונים של תיבה;**
- **פיתוח ראייה מרחבית;**
- **סרטוט אלכסונים שונים של תיבה;**
- **הכרת פריסות של תיבה ושל קובייה;**
- **הכרת יחידות הנפח;**
- **חישוב נפח של תיבה;**
- **חישוב שטח פנים של תיבה.**

ציוד הכרחי להוראת הגופים:

תיבות שונות, כמו קופסאות נעלים ואריזות קרטון שאפשר לצייר עליהן אלכסוני הפאות, וכן חוט משיכה כלשהו שיאפשר מתיחת אלכסונים של תיבה.

הצעה למערך: הכרת המושג ממד, הכרת חלקי התיבה, הכרת הקובייה

השיעור הזה יוקדש לראייה, מישוש, הצגת התיבה, חקר התכונות של התיבה. לכל תלמיד ותלמיד תינתן תיבה כלשהי, קופסאות של אריזות.

ממד הוא מושג יסודי. אין להגדירו. יש רק להציגו.

התלמידים יחזיקו בידם תיבות וספר פתוח.

פִּתְחוּ את הספר בעמוד 87.

מ: "ציירו" בעזרת האצבע ישר כלשהו.

התלמידים נעים עם האצבע באוויר.

מ: לקו הזה יש רק ממד אחד. עכשיו מששו את השולחן שלכם עם כל כף היד, כאילו אתם מכסים את כולו. מה צורת השולחן?

ת: מלבן.

מ: הראו בעזרת האצבע את אורכו של המלבן הזה. עכשיו הראו בעזרת האצבע את רוחבו. למלבן הזה יש שני ממדים: אורך ורוחב. מששו אותם. האם יש לידכם עוד משהו מלבני?

ת: כן. הלוח.

מ: גשו ללוח והראו לנו את שני ממדיו.

מ: לכל אחד מכם יש תיבה. מששו את התיבות שבידיכם. החזיקו את התיבות כך שאחת הדפנות תהיה הבסיס עליו תעמוד התיבה. כל דופן יכולה לשמש כבסיס. עִבְרוּ עם האצבע על אורך הבסיס, על רוחב הבסיס ועל הגובה של התיבה. העמידו את התיבה כך שתבחרו בסיס אחר. האם גם אז יהיו לתיבה 3 ממדים?

ת: כן. לכל גוף יש 3 ממדים.

מ: האמת היא שאפילו לקו הישר יש 3 ממדים, כי יש לו עובי מסויים ואם נבדוק ממש נראה שיש לו גם רוחב, אבל אנחנו מבינים במחשבה שהוא בעל ממד אחד. גם למלבן שמצוייר בספר יש 3 ממדים, כי נוסף לאורך ולרוחב יש לנייר שעליו הוא מצוייר גם עובי, אבל במחשבה אנחנו מבינים שיש לו 2 ממדים.

מ: כמה ממדים יש לארון?

ת: לארון יש 3 ממדים.

מ: בוא תצביע עליהם.

ת: (מתקדם) לכל דבר יש 3 ממדים.

מ: נכון. אנחנו חיים בעולם שלכל דבר בו יש 3 ממדים.

ת: גם לי יש 3 ממדים, כי יש לי נפח.

מ: מעולה. הסתכלו על שני הציורים של התיבות בעמוד 87. מה ההבדל ביניהם?

ת: בציור של התיבה העליונה יש אורך, רוחב, גובה. בציור התחתון יש אורך רוחב ועומק.

מ: האם זה בסדר?

ת: זה בסדר. תלוי איך שמסתכלים על התיבה. תלוי מאיזה צד מסתכלים.

מ: למה זה כך בציור?

ת: קשה לצייר תיבה.

מ: למה?

ת: התיבה נפוחה והעמוד שטוח. אז התיבה לא יכולה להיכנס לדף.

מ: נכון. קשה לצייר משהו תלת-ממדי על משטח דו-ממדי.

הערה

מומלץ להביא ציורים או צילומים שיש בהם עומק, ולהראות שהנייר אמנם דו-ממדי אבל אנחנו מבינים שיש עומק בתמונה. כלומר, למרות הנייר הדו-ממדי המוח שלנו מפרש את התמונה כבעלת עומק.

יש ספרי צילום כמו "ירושלים של מעלה" שמציגים צילומי אוויר המסייעים בהבנת המימדים.

מ: עִבְרוּ לעמוד 88 בספר. הצביעו על פאה של התיבה שלכם. מה זו פאה?

ת: שמים פאה על הראש במקום שיער.

מ: נכון שלמילה "פאה" יש יותר ממשמעות אחת, אבל מה זו פאה של תיבה?

ת: פאה היא הקיר של התיבה.

מ: מששו את הפאות של התיבה. כמה פאות יש לתיבה?

ת: כולל המכסה שלה?

מ: כן.

ת: יש לה 4 פאות שעוטפות אותה ועוד פאה אחת שהיא הבסיס ועוד פאה אחת שהיא ה"גג" של התיבה. בסך-הכל יש לתיבה 6 פאות.

מ: העבירו אצבע על המקצועות של התיבה. אפשר לקרוא להם 'צלעות'. כמה מקצועות יש לתיבה?

ת: 12.

מ: איך נוצר המקצוע?

ת: שתי פאות שנפגשות יוצרות מקצוע.

מ: נכון. מששו שתי פאות בשתי הידים והראו כיצד נוצר מקצוע.

מ: העבירו אצבע על כל מקצוע ובדקו אם אכן יש 12 מקצועות לתיבה.

ת: אבל המילה 'מקצוע' יש לה פירוש אחר. זה אומר במה אדם עובד.

מ: נכון. הנה עוד מקרה של מילה עם יותר מפירוש אחד. אנחנו יודעים במה מדובר לפי ההֶקְשֵׁר, כלומר, לפי הַקֶּשֶׁר בין הדברים.

התבוננו בציור וְאִמְרוּ איזה חלק נוסף של התיבה מוצג לנו בספר?

ת: קדקוד.

מ: מה זה קדקוד?

ת: קדקוד זו הנקודה שבפינה.

מ: מהי ההגדרה שמופיעה בספר?

ת: מפגש 3 פאות.

מ: בחרו קדקוד אחד מהתיבה שלכם והראו כיצד הוא נוצר.

התלמידים ממששים את 3 פאות שנפגשות בקדקוד.

מ: קִרְאוּ את עמודים 88-89 ופתרו את כל המשימות שבהם.

פרק 8: גופים

ממדים

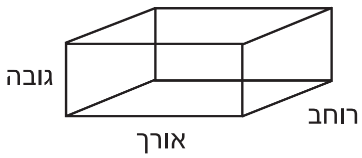
א. לקו יש ממד אחד: אורך.

לקו הזה יש אורך.

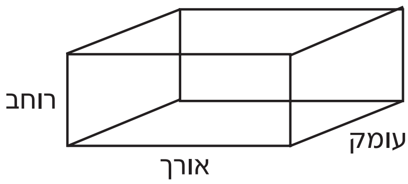
ב. למשטח יש שני ממדים: אורך ורוחב.

למלבן הזה יש אורך ורוחב.

ג. לגוף במרחב יש שלושה ממדים: אורך, רוחב, גובה (או עומק).



לפעמים אנחנו קוראים לממדים של גוף: אורך, רוחב, עומק.



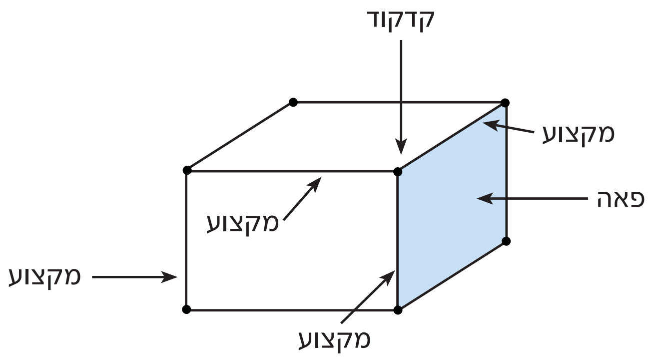
נכיר את חלקי התיבה:

פאה היא דופן של תיבה.

מקצוע הוא הישר שנוצר ממפגש שתי פאות.

לפעמים קוראים למקצוע גם **צלע**.

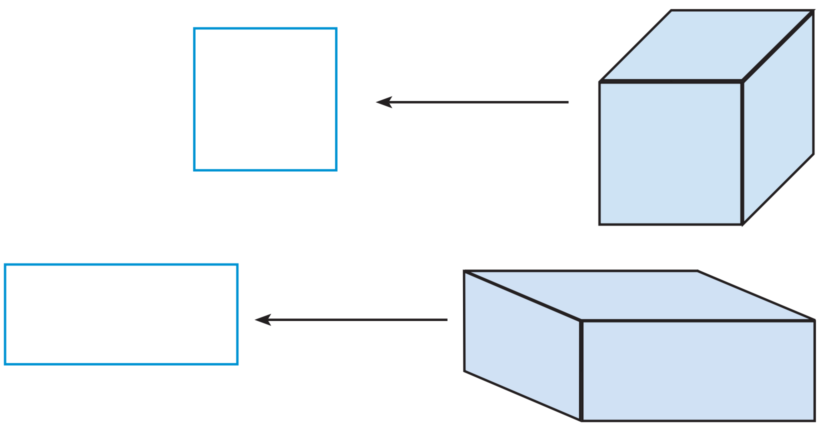
התיבה וחלקיה



מפגש של 3 פאות יוצר **קדקוד**.
אפשר גם לומר שקדקוד התיבה הוא מפגש של שלושה מקצועות.
למקצוע יש ממד אחד.
פאה היא צורה בעלת שני ממדים.
תיבה היא גוף בעל שלושה ממדים.

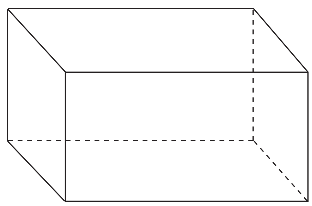
1. תיבה היא גוף שפאותיו מלבנים.
קובייה היא גוף שכל פאותיו ריבועים.
מסקנה: הקובייה היא תיבה , שכל פאותיה הן ריבועיות.

2. לפניכם גופים וצורות.
א. רִשְמוּ את שמות הגופים על הפאה הקדמית של כל אחד מהגופים.
ב. רִשְמוּ את שמות הצורות של הפאות הקדמיות.



3. כל אחת מפאות התיבה שבציור היא מלבן.
למלבן ולריבוע יש 2 ממדים.
לקובייה ולתיבה יש 3 ממדים.
מפגש של שתי פאות יוצר מקצוע.
מפגש של שלוש פאות יוצר קדקוד.

קובייה היא תיבה שכל פאותיה ריבועיות.
קובייה היא **תיבה משוכללת**.
קובייה היא **מקרה פרטי** של תיבה, כי היא תיבה מיוחדת.



4. השלימו את המשפטים הבאים.
א. לתיבה יש 12 מקצועות.
ב. לתיבה יש 6 פאות שצורתן מלבנית או שילוב של מלבנים וְריבועים.
ג. כל שתי פאות נגדיות בתיבה שוות זו לזו.
ד. יחידות המידה שבהן מודדים את המקצועות הן יחידות אורך.
ה. אנו מכירים את יחידות האורך הבאות: מ"מ, ס"מ, דצ"מ, מ', ק"מ.
ו. יחידות המידה שבהן מודדים את שטח הפאה הן יחידות ריבועיות.
ז. אנו מכירים את יחידות השטח הבאות: ממ"ר, סמ"ר, דצמ"ר, מ"ר, קמ"ר, דונם.
ח. חפשו תיבה. מִדְדוּ את אורך מקצועות התיבה וחשבו את שטח כל הפאות שלה.
ט. כדי לחשב שטח של פאה אחת, עלינו לכפול את אורך הפאה ברוחבה.

הצעה למערך: אלכסונים של תיבה

מ: פתחו את הספר בעמוד 90. קראו את הכתוב ופתרו את א' ואת ב'.

(זו חזרה קצרה על אלכסונים של צורות דו-ממדיות).

התלמידים פותרים.

מ: למה יכולתם לבצע את המשימה במהירות כזאת וללא עזרה?

ת: אנחנו כבר יודעים מה זה אלכסון של צורה.

הערה

הוראת הנושא של אלכסוני תיבה מצריכה שיתוף חושים רבים, ראייה מרחבית, הפשטה והשלכת יחסים. ההצגה הדו-ממדית של אלכסוני תיבה מחייבת תרגום מציור למציאות ומהמציאות לציור.

לשם כך, יש לפתוח את הנושא בכך שלפני כל תלמיד תהיה קופסת קרטון שניתן למשהה, לגזור אותה, לצייר עליה. רצוי להשתמש בקופסאות של נעליים. אפשר להשתמש בקופסאות אריזה אחרות בתנאי שאפשר יהיה לצייר עליהן.

חשוב ביותר שכל תלמיד יצביע באצבעותיו על האלכסונים של הדפנות (הפאות) ושיצייר את האלכסונים על התיבה עצמה. כמו כן, שיוכל להציג את אלכסון התיבה באמצעות חוט במו ידיו. כדאי מאוד לאפשר לילדים לצייר תיבה בעצמם ולנסות לצייר בתוכה את האלכסונים השונים. **למתקדמים** נציע שיציירו את אלכסוני התיבה בלי להסתכל בעמודים 91-92 ולאחר הציור העצמאי שיבדקו את עבודתם על ידי השוואה לציורים בעמודים 91-92.

למתקשים מומלץ לאפשר להיעזר בסרטוטים שבספר בעת הציור ורק אחר כך לצייר את האלכסונים באורח עצמאי.

מ: למה את הפרק על אלכסונים בתיבה ואלכסוני פאה פתחנו באלכסוני צורה?

ת: כי הדפנות של תיבה הן צורות הנדסיות שאנחנו מכירים. הן או מלבנים או ריבועים. אז עשינו חזרה קצרה על אלכסונים בכלל.

מ: יפה. אנחנו מקשרים ידע קודם שהיה לנו על צורות דו-ממדיות עם ידע חדש על גופים שהם תלת-ממדיים. מה יותר קשה? לצייר צורה דו-ממדית או לצייר גוף תלת-ממדי?

ת: לצייר גוף זה הרבה יותר קשה.

מ: למה?

ת: כי הדף שטוח והגוף 'שמן'. הוא בולט כאילו מהלוח או שאפשר לומר שהוא כאילו נכנס לתוך הלוח. אנחנו צריכים לראות ציור שטוח ולדעת שיש לו עומק.

מ: נכון מאוד, לכן נלמד את זה בהדרגה. סרטטו תיבה כלשהי. אתם יכולים להעתיק את הציור בעמוד 90. כדאי לכם להציץ בעמודים 111–112, בפרק 12 בספר התלמיד. זה יעזור לכם לצייר תיבה. עכשיו ציירו אלכסון על הדופן הימנית של הקופסה שלפניכם. נסו לצייר את האלכסון הזה על הדופן הימנית של ציור התיבה.

התלמידים מציירים קודם על התיבה עצמה ואחר כך מציירים את האלכסון הזה על הדופן של התיבה שבציור. בדרך זו מציירים מספר אלכסונים של פאות.

מ: כמה אלכסונים יש לתיבה?

ת: לכל פאה יש אלכסונים.

מ: ציירו על הפאות של התיבות שלכם מבחוץ אלכסון אחד לכל פאה.

ת: אבל לכל פאה יש שני אלכסונים.

מ: יפה שהזכרת לנו את זה. אני מבקשת שתציירו רק אלכסון אחד לכל פאה. עכשיו תראו באצבע את האלכסון השני של כל פאה. אני מציירת על הלוח תיבה. מי מוכן לבוא ולצייר על אחת מפאותיה אלכסון?

ת: מגיע ומצייר.

מ: האם מישהו מוכן לצייר אלכסון של פאה אחרת?

מ: ציירו על התיבה שבספר בעמוד 89 אלכסון שנמצא על הפאה הימנית. השתמשו בסרגל לסרטוט האלכסון. עכשיו ציירו אלכסון של הבסיס.

מ: אני מראה לכם אלכסון של התיבה שאיננו אלכסון של הפאות שלה. הנה קופסת נעליים. אני מותחת חוט מהקדקוד העליון מימין את הקדקוד התחתון משמאל. קחו חוט והראו לנו כיצד העברתם את האלכסון של התיבה. נסו בעיפרון לסרטט אלכסון של תיבה על ציור חדש של תיבה שציירתם במחברת. ציירו את האלכסון שהראיתם עם החוט. אם לא הצלחתם, מחקו את הציור. עד שתצליחו לצייר אלכסון של תיבה.

התלמידים מסרטטים.

מ: מדוע קשה יותר לצייר אלכסון של תיבה מאשר לצייר את אלכסוני הפאות?

ת: אלכסון של תיבה כאילו תלוי באוויר.

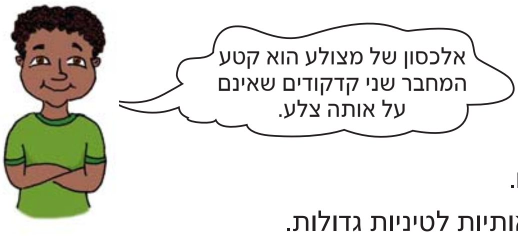
מ: נבדוק את עצמנו. נראה אם אנחנו יכולים לזהות מציור את האלכסונים.

נסתכל על הסרטוטים בעמוד 91 ונסמן עם האצבע כל אלכסון ואלכסון על התיבה שעל שולחננו. קודם תראו ב-(2א) היכן עובר האלכסון של הבסיס בתיבה שלפניכם. היעזרו בעיפרון כדי להצביע עליו.

כך יש לעבור על כל אלכסון ואלכסון.

מ: פתרו את תרגיל (3) בעמוד 92.

אלכסון של תיבה ואלכסון של פאה



אלכסון של צורה

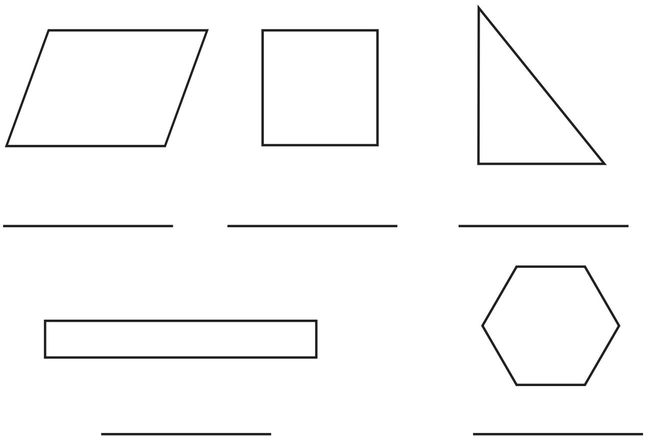
א. סַרְטְטוּ במחברת מלבן. סרטטו אלכסון אחד שלו.

ב. לפניכם מספר מצולעים. ציינו את קדקודיהם באותיות לטיניות גדולות.

סַרְטְטוּ את האלכסונים שלהם.

כמה אלכסונים סרטטתם בכל אחד מהמצולעים? __________

רִשְׁמוּ על הקו שמתחת למצולעים את מספר האלכסונים שסרטטתם בכל מצולע.



אלכסונים של תיבה

1. פעילות

הדגימו בעזרת קופסת נעליים פתוחה אלכסונים שונים בתיבה.

לכל פאה של תיבה יש אלכסון.

לתיבה יש אלכסונים שאינם אלכסוני פאות.

הם מחברים את קדקודי התיבה עם הקדקודים הנגדיים להם.

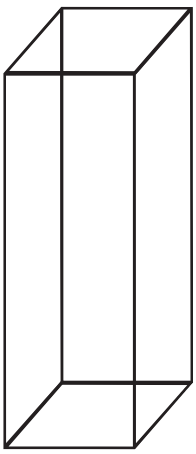
א. לפניכם תיבה. מהי צורת פאותיה? __________

ב. סרטטו את האלכסון של אחת מפאותיה.

ג. הבסיס (הפאה שעליו ניצבת התיבה) בתיבה שלפנינו הוא ריבוע.

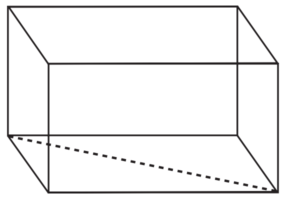
סרטטו אלכסון אחד של הבסיס.

ד. סרטטו אלכסון של פאה נוספת של התיבה.

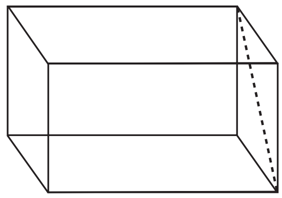


2. החזיקו ביד תיבה כלשהי והצביעו בעזרת האצבעות או על ידי מתיחת חוט על האלכסון שמתאים לציורים הבאים:

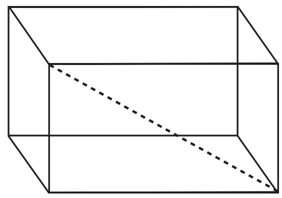
א. אלכסון של פאה, שהיא הבסיס.



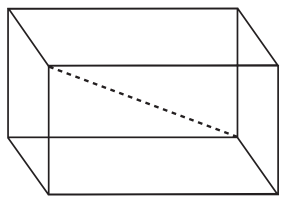
ב. אלכסון של הפאה הצדדית.

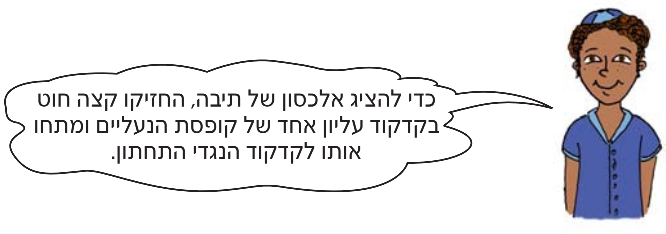


ג. אלכסון של הפאה הקדמית.



ד. אלכסון של תיבה.

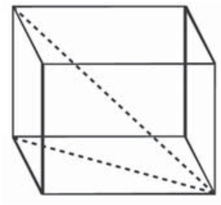




91

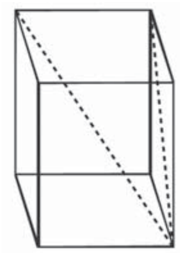
3. חברו בקו את האלכסון עם שמו.

א.



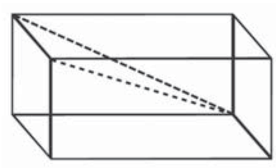
אלכסון של פאה שהיא הבסיס | אלכסון של תיבה

ב.



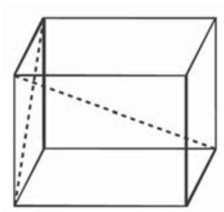
אלכסון של תיבה | אלכסון של הפאה הצדדית

ג.



אלכסון של הפאה האחורית | אלכסון של תיבה

ד.



. אלכסון של הפאה הצדדית | אלכסון של תיבה

פרק 9 – נפח קובייה והקשרים בין יחידות המידה

הערה כללית

לפרק הזה חשיבות מרובה, כי הבנת היחידות ודרכי החישוב בהן מהווים בסיס לכל חומר אחר, כולל מדעים.
חשוב ביותר לחזור על הפרק הזה בתחילת כיתה ה׳ לפחות פעם נוספת. הפרק מהווה חולייה מקשרת בין החשבון וההנדסה, בין המוחשי למופשט.
הוא פותח בהצגה מוחשית של יחידות הנפח, משלב פעילות מעבדתית ומשווה את השוני בתכונותיהן של יחידות הנפח מיחידות האורך והשטח.
במיוחד חשוב הקשר בין תהליכי ההמרה, שנלמדו בעבר או שיילמדו בעתיד, לבין דרכי חישובן ביחידות האורך, השטח והנפח.
שיתוף הלומד בפעילויות שבפרק מאפשר העמקת ההבנה וההפנמה המלווה בהנאה.

מטרות הפרק

- **חזרה על החזקות כהכנה לחישובי יחידות שטח ונפח;**
- **חזרה על יחידות האורך והשטח כהכנה ליחידות המעוקבות;**
- **פריטה והקבצה ביחידות אורך;**
- **פריטה והקבצה ביחידות שטח;**
- **פריטה והקבצה ביחידות נפח;**
- **יחידות נפח והקשרים ביניהן;**
- **הקשרים בין יחידות האורך, השטח וההיקף;**
- **קישור בין עקרונות הפריטה וההקבצה במספרים הטבעיים לאותם העקרונות בחישובי יחידות אורך, שטח ונפח;**
- **קישור בין תהליכי פריטה והקבצה לתהליכים של הפיכת יחידות מידה;**
- **קישור בין חזקות למימדים;**
- **היפוך יחידות בשלבים;**
- **הדרכה לעבודה שיטתית בעת חישובי יחידות;**
- **רכישת מיומנות של חישובים ביחידות של אורך, שטח ונפח;**
- **הבנת הקשר בין חזקות לחישובי יחידות שטח ונפח;**
- **בנייה של מיומנויות של חישובי יחידות אורך, שטח, נפח;**
- **הקניית הקשרים בין יחידות מידה;**
- **הסברת הקשר בין חישובי שטחים ונפחים לבין יחידות האורך;**
- **ללמד מושגים שימושיים כמו: נפח של ליטר שווה לדצמ״ק, נפח של 1 סמ״ק שווה לנפח של 1 מיליליטר, סימונו של 1 סמ״ק הוא 1 cc;**
- **להצביע על החשיבות הרבה של היחידות השונות ועל השימוש הרב בהן בתחומים שונים.**

הקניית מושגים ויחידות מידה:

ס״מ, מטר, ק״מ, דצ״מ, מ״מ, ק״מ, ממ״ר, סמ״ר, דצמ״ר, מ״ר, קמ״ר, דונם, ממ״ק, סמ״ק, דצמ״ק, מ״ק, אורך, שטח, נפח, קיבולת, ליטר, מיליליטר, פריטה, הקבצה, cc.

חזקות

הערה כללית

הגישה הבסיסית של ספר זה היא שחומר לימודים מופנם אם מיישמים אותו ומשתמשים בו עוד ועוד. יישום כזה תורם גם למוטיבציה, כי הלומד מבחין בחשיבות הנושא, לכן ההעלאה בחזקה משולבת בהוראת השטח, הנפח והיחידות המרובעות והמעוקבות. שילוב הממדים עם חישובי השטח, הנפח ועם הוראת החזקות מקנה לחומר זה חשיבות רבה.

חזקות נלמדו בעבר בהקשר של חישובי שטחים ונפחים.

חשוב לטפל בהשוואה בין יחידות אורך ליחידות שטח וליחידות נפח, לכן הקפדנו לסמן את היחידות גם בכתיב העברי כמו: סמ״ר וסמ״ק וגם בכתיב המתמטי כמו ס״מ^2 ו-ס״מ^3.

הצעה למערך: חזרה על חזקות, יחידות אורך, יחידות שטח

מ: נעשה חזרה על פעולה חשבונית שלמדנו בעבר. נבדוק את התרגילים שאני רושמת על הלוח. מה משותף לכולם?

1 x 1 =

2 x 2 =

3 x 3 =

4 x 4 =

5 x 5 =

6 x 6 =

7 x 7 =

8 x 8 =

9 x 9 =

10 x 10 =

ת: זוהי פעולה של העלאה בחזקה. אלו מכפלות של מספר בעצמו.

מ: נכון. כמה פעמים הוא מופיע במכפלה?

ת: פעמיים.

מ: איך אנחנו אומרים זאת בעברית?

ת: שתיים **בחזקת** שתיים, 3 **בחזקת** 2, 4 **בחזקת** 2, 5 **בחזקת** 2, וכו'.

מ: הסבירו.

ת: כשאומרים שתיים בחזקת שתיים פירושו ש-2 מופיע פעמיים במכפלה כגורם.

כשאומרים 3 בחזקת 2 פירושו ששני הגורמים של המכפלה הם 3, כי 3 מופיע במכפלה פעמיים.

מ: אם אני אומרת ״5 בחזקת 2״, לְמָה אני מתכוונת?

ת: 5 כפול 5.

מ: מי זוכר איך כותבים את החֲזָקוֹת האלה ולמה הן שוות?

הערה

כדאי לשתף את כל תלמידי הכיתה בכתיבה על הלוח, כדי להבטיח שליטה גם בכתיבה נכונה.

ת: $1 \times 1 = 1^2 = 1$

$2 \times 2 = 2^2 = 4$

$3 \times 3 = 3^2 = 9$

$4 \times 4 = 4^2 = 16$

$5 \times 5 = 5^2 = 25$

$6 \times 6 = 6^2 = 36$

$7 \times 7 = 7^2 = 49$

$8 \times 8 = 8^2 = 64$

$9 \times 9 = 9^2 = 81$

$10 \times 10 = 10^2 = 100$

מ: העתיקו את התרגילים האלה למחברת, כדי שנוכל לבדוק אם רשמתם נכון. סגרו את המחברת. נראה אם אתם זוכרים את המשמעות של הפעולה הזאת ואת שמה.

ת: משמעות הפעולה היא שכופלים מספר בעצמו. כמו שכפל היא פעולה מקוצרת של חיבור אותו מחובר מספר פעמים, כך כאן זו פעולה מקוצרת של כפל של אותו גורם. לפעולה הזו קוראים: **העלאה בחזקה**.

מ: נבדוק אם אנחנו שולטים בפעולה זו.

כמה הם 7 בחזקת שתיים?

כמה זה 4 בחזקת שתיים?

כמה זה 9 בחזקת 2?

כמה זה 12 בחזקת 2?

מה עלינו לעשות כדי לדעת כמה זה 17 בחזקת 2?

וכו'.

יש להרבות בשילוב תרגילים מעין אלו ב-drill השוטף.

באילו שתי דרכים אומרים בעברית את התרגילים האלה?

ת: אפשר לומר את התרגילים האלה בשתי דרכים: 2 **בריבוע**, שפירושו 2 **בחזקת שתיים**.

3 **בריבוע**, שפירושו: 3 **בחזקת שתיים**, 4 **בריבוע** שפירושו 4 **בחזקת שתיים**.

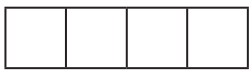
נראה אם הבינותם. אני אומר את התרגילים בשתי הדרכים, כל פעם בדרך אחרת ואתם תרשמו את התרגיל במחברת עם התשובה.

3 בריבוע, 4 בחזקת 2, 7 בריבוע, 11 בריבוע, 11 בחזקת 2, 12 בחזקת 2 וכו'.

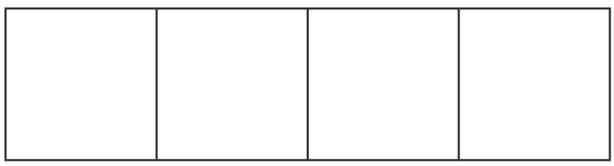
דיון שמקשר את נושא החזקות עם חישובי שטחים ונפחים

מ: אני מציירת על הלוח צורה שמכילה 4 ריבועים גדולים וצורה שמכילה 4 ריבועים קטנים.

ציור א':



ציור ב':



כמה יחידות שטח יש בציור א'?

ת: ארבע.

מ: כמה יחידות שטח יש בציור ב'?

ת: ארבע.

מ: האם אפשר לומר שהשטחים של ציור א׳ ושל ציור ב׳ שווים?

ת: לא.

מ: אבל בכל אחד מהם יש ארבע יחידות שטח.

ת: מספר היחידות שווה, אבל הגודל של כל יחידה שונה. בציור א׳ יש ריבועים קטנים ובציור ב׳ יש ריבועים גדולים.

מ: זאת אומרת שאם אנחנו רוצים לדבר על שטח רק לפי מספר הריבועים שהוא מכיל בתוכו תהיה לנו בעיה. מהי הבעיה?

ת: אם נועה אומרת:

"לצורה שציירתי יש שטח של 4 ריבועים"

וטלי אומרת:

"לצורה שציירתי יש 4 ריבועים",

ייתכן מאוד שהשטחים אינם שווים כי נועה ציירה 4 ריבועים גדולים וטלי ציירה 4 ריבועים קטנים.

מ: באיזה מצב נוכל להיות בטוחים שכאשר נועה וטלי מציירות צורה בת 4 ריבועים, השטח יהיה בדיוק אותו שטח?

ת: כששתיהן יציירו את המשבצות שלהן באותו גודל.

מ: מצוין. האם זה מספיק שרק נועה וטלי יסכימו ביניהן על גודל הריבועים?

ת: אם נועה וטלי יסכימו ביניהן על גודל הריבועים זה בסדר. ואם אני ותומר וליעד נסכים בינינו על גודל הריבועים גם זה בסדר. אבל אם טלי תדבר עם תומר, תהיה עוד פעם אותה בעיה, כי הם לא תיאמו ביניהם את גודל הריבועים שישמשו כיחידת מידה.

מ: זה נכון. אז מה אתם מציעים?

ת: שכולנו נסכים על גודל הריבועים שישמשו כיחידות מידה.

מ: זאת הצעה מצוינת אבל היא עדיין לא פותרת את כל הבעיה. כי גם אם כל ילדי הכיתה יסכימו על גודל מסוים של משבצת ואחד מכם ידבר עם ילד שאינו לומד בכיתה הזאת עדיין יהיה בלבול. אז מה עושים?

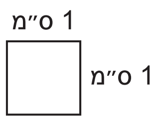
ת: כולם צריכים להסכים על גודל היחידה הריבועית.

מ: מי זה כולם?

ת: כל האנשים בישראל.

ואני חושב שזה לא מספיק. אני חושב שאם האנשים בכל העולם יסכימו על גודל היחידה הריבועית אז גם כשאני אדבר עם מישהו באנגליה או צרפת או יפן אנחנו נבין בדיוק אחד את השני.

מ: התשובה שלך מעולה. במתמטיקה לא מספיק שרק שני אנשים יגיעו להסכמה ביניהם. ההסכמה הזאת צריכה להיות משותפת לכל האנשים בעולם. מתמטיקה היא שפה שמשתמשים בה בכל העולם. כל מי שמשתמש בה צריך לדבר באותן המלים, כדי שיבינו אותו. זאת הסיבה שיש לנו: **יחידות מידה אוניברסליות**. אוניברסלי פירושו: **כלל עולמי**. כלומר, יחידות מידה שכל העולם מכיר ומשתמש בהן. בכל תחום יש יחידות מידה כאלה. למשל: ליטר, ס"מ, גרם. עכשיו אנחנו מדברים על יחידת שטח אחת. אני מציירת אותה על הלוח. מהי?



ת: סנטימטר מרובע.

מ: כדי שכולנו נבין ונזכור מהי היחידה הזאת, חייבים להגדיר אותה. נחזור על ההגדרה.

ת: שטח של ריבוע שאורך כל צלע שלו היא ס"מ הוא **סנטימטר מרובע**.

מ: נרשום בפלקט גדול את ההגדרה של סנטימטר מרובע וגם איך מסמנים בקיצור יחידה זו. אין צורך לומר "שכל צלע שלו", מספיק לומר "שאורך צלעו". למה זה מספיק?

ת: כי כל צלעות הריבוע שוות זו לזו.

הכינו פלקט:

שטח של ריבוע שאורך צלעו הוא סנטימטר [ס״מ]
הוא סנטימטר מרובע [סמ״ר].

מ: אתם בוודאי זוכרים שיש שתי דרכים לרשום יחידת שטח זאת: **סמ״ר וגם ס״מ^2** אני מבקשת שתפתחו את מחברות החשבון ותסרטטו בעזרת המשבצות ובעזרת סרגל 3 ריבועים שונים: אורך הצלע של הריבוע הראשון יהיה 3 ס״מ, אורך הצלע של הריבוע השני יהיה 2 ס״מ ואורך הצלע של הריבוע השלישי יהיה 1 ס״מ. רשמו ליד כל ריבוע את אורך צלעו.

המורה עוברת בין הילדים ובודקת שכולם מסרטטים כהלכה. מי זוכר איך אפשר להיעזר במשבצות?

ת: כל משבצת היא ריבוע שאורך צלעו חצי ס״מ. כך אפשר לסרטט את הריבועים בקלות.

מ: מי יודע מה השטח של כל אחד משלושת הריבועים?

ת: [שגוי] השטח של הריבוע הראשון הוא 3 סנטימטרים, של הריבוע השני הוא שני סנטימטרים ושל האחרון הוא ס״מ אחד.

מ: אני שאלתי מה השטח ורועי ענה על שאלה אחרת. על איזו שאלה ענה רועי?

ת: מה אורך הצלע?

מ: יפה. האם השטח של הריבוע שווה לאורך הצלע שלו?

ת: לא.

מ: למה לא?

ת: אורך מודדים בעזרת סרגל. מוצאים כמה ס״מ מוכלים בקו. למדנו שלאורך יש ממד אחד. כדי לדעת מהו השטח של צורה, מחפשים כמה ריבועים של סנטימטר מרובע הצורה מכילה.

מ: נכון. זיכרו, כאשר כותבים ס״מ בחזקת 2, אומרים שהוא **סנטימטר מרובע**. למה, לדעתכם, קוראים לו סנטימטר מרובע?

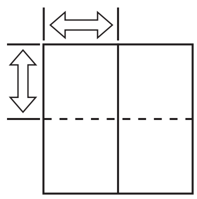
ת: כי הוא שטח של ריבוע.

מ: למדנו שכותבים את הקיצור סמ״ר וגם ס״מ^2? מי זוכר למה כותבים את הסנטימטר המרובע בשני האופנים?

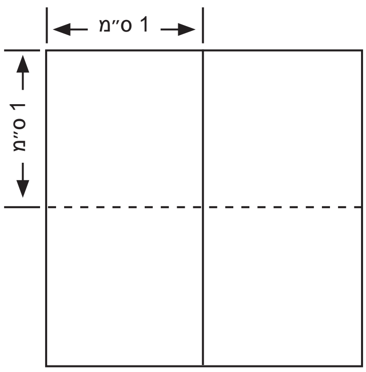
ת: ״סנטימטר מרובע״ כותבים בקיצור סמ״ר, שפירושו: סנטימטר מרובע, כמו שכתוב בפלקט. הכתיבה של ס״מ^2 היא כמו שכותבים 3 בחזקת 2, שהוא שלוש בריבוע. את ה-2 של החזקה רושמים קטן ולמעלה. כי אנחנו כופלים ס״מ בס״מ ומקבלים ס״מ בריבוע, שהוא סמ״ר.

מ: אתם צודקים, אבל בכל זאת אני לא מבינה איך הגיעו ל-2 הקטן שלמעלה.

ת: הנה הציור שציירתי:



נהוג לקטוע את החץ לציין בין שני חלקיו את מספר היחידות. כמו בציור הבא:



מ: מה מראה החץ למטה?

ת: את אורך הצלע של הריבוע.

מ: איך נחשב את שטח הריבוע הגדול שאורך צלעו 2 ס״מ?

זיכרו, לחשב שטח של צורה פירושו: למצוא כמה יחידות שטח מכסות אותה. במקרה שלנו, למצוא כמה ריבועים של סמ״ר מכסים אותה.

ת: אמרנו שכדי למצוא שטח של ריבוע צריך למצוא כמה סמ״ר יש בו. אם נתון אורך הצלע של הריבוע, אז יודעים כמה

סמ"ר יש בשורה אחת. ידוע כמה שורות כאלה יש, אז כופלים את מספר היחידות המרובעות בשורה אחת במספר השורות. מקבלים כמה סמ"ר יש בתוך הצורה.

מ: תנו דוגמה, כך שכולם יבינו.

ת: הדוגמה שלי היא מהמחברת. כופלים 2 ס"מ ב-2 ס"מ. יש 2 סמ"ר בשורה אחת. אנחנו יודעים זאת על ידי מדידת אורך צלעותיהם, שהן 2 ס"מ. יש 2 שורות אז נכפול את מספר הס"מ שבשורה אחת במספר השורות, שהן שתיים. למדנו גם שסנטימטר כפול סנטימטר שווה לסנטימטר מרובע.

מ: מי זוכר איך לכתוב את החישוב?

ת: 4 סמ"ר = 2 ס"מ x 2 ס"מ

אני חישבתי את השטח של הריבוע שאורך צלעו 3 ס"מ.

אפשר לרשום את התרגיל גם כך:

9 ס"מ^2 = 3 ס"מ x 3 ס"מ

ואפשר לרשום זאת כך:

9 סמ"ר = 3 ס"מ x 3 ס"מ

מ: מה זה מזכיר לכם?

ת: זה כמו שלמדנו לומר 7 בריבוע.

מ: מה זה שבע בריבוע?

ת: כופלים את ה-7 בעצמו. כאן אנחנו כופלים את הסנטימטרים בעצמם.

מ: איך רושמים את 7 בריבוע?

ת: 7^2

מ: איך אמרנו שרושמים את הקיצור של סנטימטר מרובע?

ת: סמ"ר או סמ^2.

מ: עכשיו אתם מבינים למה כותבים את הקיצור של סנטימטר מרובע גם כך: ס"מ^2, סמ"ר הוא הריבוע של ס"מ: ס"מ כפול ס"מ יוצר סנטימטר מרובע.

ת: למה כתבת את הכינוי "ס"מ" גם לכופל וגם לניכפל, הרי למדנו שלכופל איננו מצרפים את הכינוי?

מ: כדי לענות לך על השאלה הזאת, נרשום את התרגיל:

16 ס"מ= 4 ס"מ x 4

מה הוא מתאר?

ת: 4 פעמים 4 ס"מ שהם 16 ס"מ.

מ: ספרו סיפור שיתאים לתרגיל זה.

ת: סרטטתי קטע שאורכו 4 ס"מ. לידו סרטטתי קטע שגדול ממנו פי 4. מה אורך הקטע החדש?

מ: מה אנחנו מחפשים, אורך או שטח?

ת: זה חישוב של אורך, לא של שטח.

מ: נכון. פירושו של החישוב הזה הוא:

16 ס"מ = 4 ס"מ + 4 ס"מ + 4 ס"מ + 4 ס"מ

מציאת שטח הוא מקרה מיוחד של כפל.

נבין אותו על ידי מציאת ההבדל בין שני התרגילים הבאים:

התרגיל הזה:

16 ס"מ = 4 ס"מ x 4, שדיברנו עליו לפני רגע.

והתרגיל הזה:

16 סמ"ר = 4 ס"מ x 4 ס"מ.

מהו ההבדל?

ת: התרגיל הראשון הוא כמו כל תרגיל כפל שבו רק לניכפל יש כינוי. בתרגיל השני, גם לכופל וגם לניכפל יש כינוי. **במכפלה מתקבל הכינוי בריבוע**.

למתקדמים

מ: אני מבקשת שתמציאו בעיה חשבונית שכדי לפתור אותה צריך לכפול 3 ש"ח ב-2 ש"ח.

ת: [שגוי] היו 3 ילדים. לכל אחד מהם היו 2 ש"ח. כמה כסף היה לכולם ביחד?

מ: מה דעתכם על הבעיה הזאת?

ת: אין בה ש"ח כפול ש"ח. יש בה ילדים כפול ש"ח.

מסקנה

לאחר נסיונות אחדים יש להגיע למסקנה **שאי אפשר ליצור בעיה כזאת**, כי **אין בנמצא ש"ח בריבוע.**

מ: נבדוק אם יש עוד דוגמאות כאלה. מי יכול להמציא בעית כפל שכדי לפתור אותה נצטרך לכפול 3 ילדים ב-4 ילדים?

ת: את צוחקת עלינו. הרי אי אפשר לכפול ילדים בילדים, כי אין ילדים בריבוע.

מ: האם אפשר להמציא בעיה עם ילדים?

ת: כן, אבל זו תהיה בעיה כמו: בכל מכונית נסעו 3 ילדים. כמה ילדים נסעו ב-4 מכוניות?

עכשיו אני באמת לא מבין. אז הכינוי יהיה ילדים ומכוניות?

מ: מי יכול להשיב?

ת: לא. הפתרון יהיה: 12 ילדים = 3 ילדים x 4. למדנו שהכופל אינו מקבל כינוי, כי הוא קובע את מספר הקבוצות והכינוי שלו אינו משפיע על הכינוי של המכפלה.

ת: אז למה שלא נכפיל "ילדים" ב"ילדים" ואחד מה"ילדים" האלה יהיה כופל?

מ: אדרבא, נסו להמציא בעיה כזאת, כלומר, שכדי לפתור אותה נצטרך לכפול ילדים בילדים.

ת: [שגוי] היו 7 ילדים בחצר, הצטרפו אליהם עוד 7 ילדים. כמה ילדים יש בחצר?

זו בעית חיבור.

אפילו אם נפתור אותה בעזרת כפל, הפתרון יהיה 2 פעמים 7. אין כאן תרגיל שהכינויים של הכופל ושל הניכפל בו הם ילדים.

[שחר]: לי יש דווקא דוגמה כזאת: היו 7 ילדים, כל אחד מהם היה ראש קבוצה. בכל קבוצה היו 4 ילדים (כולל את ראשי הקבוצות). כמה ילדים היו בסך-הכל?

28 ילד.

מ: לא ביקשנו תשובה. רצינו לבחון את המשמעות ואת הכינויים. מי יכול לענות לשחר?

ת [דנה]: בפתרון לא צריך לכפול ילדים בילדים, כי הפתרון הוא:

28 ילדים = 4 ילדים x 7. זה שהיו 7 ראשי קבוצות אומר לנו רק כמה קבוצות יש. יש 7 קבוצות ובכל קבוצה 4 ילדים. יש בסך הכל 28 ילדים.

מ: נסו לבדוק אם אפשר להמציא בעית כפל על מקלות שבה הכופל והניכפל יהיו מקלות ולכן התשובה תהיה מקלות בריבוע.

ת: מנסים ורואים שזה בלתי אפשרי.

הערה

אפשר לבחון את הנושא גם לגבי יחידות אחרות, למשל: גרמים ושעות, כי אין גרם בריבוע ואין שעה בריבוע.

מ: מהי המסקנה שלנו?

ת: בחישובי שטחים כופלים יחידות אורך ביחידות אורך ומקבלים יחידה חדשה שהיא יחידת שטח. זוהי יחידת אורך בריבוע. זהו מקרה מיוחד של כופל וניכפל בעלי אותו כינוי. ראינו שבבעיות העוסקות בכינויים אחרים זה לא קיים.

מ: צריך לזכור שתופעה זאת קיימת גם ביחס ליחידות הנפח. היחידות הן מעוקבות כלומר יחידות האורך בחזקה שלישית.

מה עוד אפשר לומר על התופעה הזאת?

ת [טמיר]: לפי זה אם מחשבים שטח של מלבן שאורכו 7 דצ"מ ורוחבו 9 ס"מ לא נוכל לחשב את היחידות.

מ: נכון. כדי לקבל חזקה הבסיס צריך להיות אחיד, כי העלאה בחזקה היא כפל המספר בעצמו. מה עלינו לעשות כדי לפתור את בעית השטח שהציע טמיר?

ת: נהפוך את היחידות ליחידות אחידות: או שנהפוך את הדצ"מ לס"מ או שנהפוך את הס"מ לדצ"מ. היחידות חייבות להיות אותן יחידות.

מ: יש עוד מסקנה שניתן להסיק ממה ללמדנו.

ת: שהמתמטיקה משקפת את המציאות ובעיה שהתוצאה שלה תהיה: "ילד בריבוע" לא תהיה נכונה.

מ: זה היופי של המתמטיקה.

מה שטחו של ריבוע שאורך צלעו 6 ס"מ?

מה שטחו של ריבוע שאורך צלעו 8 ס"מ?

מה שטחו של ריבוע שאורך צלעו 11 ס"מ?

מה שטחו של ריבוע שאורך צלעו 15 ס"מ? וכו'.

מ: לפני שאנחנו מסכמים את נושא החזקות והיחידות, רציתי להיזכר. מה פירוש הביטוי: חישוב שטח.

ת: למדנו שליחידות יש אותן התכונות של מה שהן מודדות. ליחידות האורך יש אורך ואנחנו מחשבים כמה פעמים יחידת האורך הזאת מוכלת בתוך האורך הנמדד. ליחידות שטח צריך להיות שטח. בחרו יחידות ריבועיות, כי איתן קל לחשב כמה יחידות שטח מוכלות בדיוק בתוך השטח. כלומר, כמה פעמים מכיל השטח שמודדים את היחידות האלה.

מ: יפה שזכרתם. מה ביחס ליחידות אחרות שאנחנו מכירים?

ת: גם יחידות המידה של משקל הן משקל. אנחנו מחשבים כמה פעמים בדיוק הוא נכנס למשקל של מה ששקלנו.

מ: זו חוקיות כללית: מודדים משהו על-ידי יחידות-מידה שהן מאותו סוג. אי אפשר למדוד נפח בעזרת גרמים. אי אפשר למדוד משקל בעזרת ס"מ. כדי למדוד חייבת היחידה של המידה להיות מאותו סוג: יחידת אורך – למדידת אורך, יחידת משקל-למדידת משקל, יחידת שטח – למדידת שטח וכו'.

למדוד שטח פירושו: למצוא כמה פעמים בדיוק נכנסת יחידת השטח לתוכו. אפשר לומר זאת בקצרה: כמה יחידות שטח מרצפות אותו. כאשר אנחנו מדברים על ריצוף מתכוונים לכיסוי מוחלט ומדויק של כל השטח הנמדד.

סיכום

מ: מה למדנו על חזקות?

ת:
- למדנו שאת השטח מודדים ביחידות ריבועיות, כי קל בעזרתן לרצף אותו במלואו
- למדנו שכדי שתהיה תקשורת, משתמשים ביחידות מידה אוניברסליות.
- היכרנו יחידת מידה אוניברסלית: סנטימטר מרובע.
- למדנו שיש שתי דרכים לכתיבה מקוצרת של סנטימטר מרובע: סמ"ר או ס"מ^2.

- למדנו להעלות בחזקה ריבועית, כאשר כופלים את המספר בעצמו אנחנו אומרים שמעלים אותו בריבוע. לדוגמה, במקום לומר 6 כפול 6, אפשר לומר 6 בחזקת 2, או 6 בריבוע.
- למדנו שהכתיבה של סנטימטר מרובע בעזרת החזקה: ס"מ^2, באה לציין שכופלים ס"מ בס"מ.
- למדנו שבשביל למצוא שטח של ריבוע צריך לכפול את הצלע שלו בעצמה, כך מוצאים כמה יחידות שטח [ריבועיות] מרצפות אותו.
- למדנו שכאשר כופלים את אורך הריבוע בעצמו, משאירים לכופל את הכינוי, כך מקבלים את היחידה בריבוע.
- למדנו שבחישוב שטח של ריבוע הכינוי של אורך הצלע הוא ס"מ, הכינוי של אורך הצלע השנייה הוא ס"מ. כאשר כופלים ס"מ בס"מ מקבלים יחידה חדשה: סנטימטר מרובע.
- למדנו שאי אפשר להמציא בעיות שבהן גם לכופל וגם לניכפל יש אותו כינוי, חוץ ממקרים מסויימים. למשל, בשקלים זה בלתי אפשרי, כי אין שקל בריבוע. בס"מ זה אפשרי, כי מקבלים סנטימטר מרובע, וזו יחידה מסוג השונה מיחידות האורך, כי יחידת המידה של אורך היא אורך, ויחידת המידה של שטח היא שטח.
- למדנו שכדי למצוא שטח של ריבוע צריך לכפול את אורך הצלע האחת שלו באורך הצלע השנייה שלו [אורכי שתי הצלעות שווים].
- למדנו שליחידות המידה יש חשיבות רבה, הן קובעות את מה מודדים ואיך מחשבים. חייבים לשים לב באילו יחידות מידה אנחנו עוסקים.

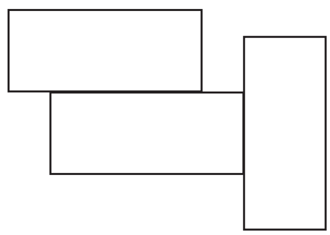
מ: האם כדי לחשב שטח של כל צורה שהיא, צריך תמיד לכפול את אורך הצורה ברוחבה?

ת: לא. כך מוצאים שטח של ריבוע ושל מלבן. אבל היחידות חייבות להיות אותן יחידות, כדי שנקבל אותן בריבוע.

מ: אולי כדאי להסביר זאת?

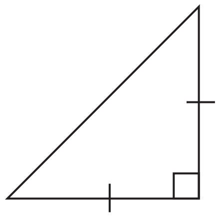
ת: אם נתון אורך המלבן שהוא 3 דצ"מ ורוחב המלבן שהוא 9 ס"מ, לא נוכל לכפול את ה־3 ב־9 כדי לקבל את שטחו, כי לא נקבל סמ"ר וגם לא דצמ"ר. חייבים להפוך את היחידות כך שיהיו אותן יחידות ואז נקבל אותן בריבוע. אם נהפוך את 3 הדצ"מ ל־30 ס"מ, אז נוכל לכפול 9 כפול 30 ונקבל 270 סמ"ר.

מ: זו מסקנה מאוד חשובה. מה קורה בצורה כזאת? איך נמדוד את שטחה?



נצטרך לחשב את מספר יחידות השטח שמרצפות כל חלק ממנה, כלומר, שהיחידות יכסו בדיוק את כל השטח, ואחר כך לחבר את השטחים.

ומה נעשה בצורה כזאת? האם נחשב את שטחה ביחידות אחרות?



ת: יחידות המידה יהיו ריבועיות. בצורה הזאת יש חצי של ריבוע.

המטרה בחומר הנוכחי היא לקשר את נושא החזקות לחישובי השטח והנפח ולהבנת הממדים.

דוגמה למערך: מטר מרובע

פעילות

הערה

לא בכל מקום המרצפות הן באותו גודל, כל מורה יתאים את הפעילות לתנאיו.
כל הילדים יושבים על הרצפה עם סרגלים, מחברות וכלי כתיבה.

מ: כל ילד יישב ליד מרצפת ימדוד את צלעותיה ויחשב את שטחה. איך נעשה זאת?

ת: המרצפת היא ריבועית, לכן כל הצלעות שוות. נמדוד אורך של צלע. נכפול אורך של צלע אחת באורך של הצלע השנייה.

מ: תכנון מעולה. בצעו זאת.
מיכל, גשי ללוח וכתבי את התרגיל. אל תשכחי את הכינויים.

ת: 400 סמ"ר = 20 ס"מ x 20 ס"מ

מ: יפה מאוד. איך הגעת לתוצאה זאת?

ת: מדדתי עם הסרגל את אורך המרצפת. מצאתי שהאורך שלה שווה 20 ס"מ. כפלתי 20 ס"מ ב–20 ס"מ וקיבלתי 400 סנטימטרים מרובעים.
זה המון. את רוצה לומר שכל כך הרבה סמ"ר יש בריבוע כזה?

מ: נבדוק אם זה הגיוני.

ת: זה באמת הרבה, אבל זה נכון.

מ: כמה סמ"ר יש במ"ר?

ת: 10,000 סמ"ר = 100 ס"מ x 100 ס"מ.
גם זה מספר גדול מאוד.

מ: למה יוצאים לנו מספרים כל כך גדולים?

ת: כי זה בריבוע. ראינו שכאשר מעלים בריבוע מספר טבעי שלם השונה מ–1, התשובה תהיה גדולה מאוד.

מ: אם כך, כמה סמ"ר יש במרצפת אחת?

ת: 400 סמ"ר.

מ: את זה כבר חישבתם. כמה מרצפות נכנסות לריבוע של מ"ר? בידקו זאת.

ת: יש 25 מרצפות.

מ: איך חישבתם זאת?

ת: יש 5 מרצפות בשורה אחת ויש 5 שורות כאלה. 5 כפול 5 הם 25.

מ: לפי זה, כמה סנטימטרים מרובעים נכנסים לריבוע שלנו?

ת: נכפול 400 ב–25 ונקבל 10,000.

מ: איך אפשר לכפול מספרים כאלה בעל–פה?

ת: 4 פעמים 25 הם 100. עכשיו הוספתי עוד שני אפסים בסוף המכפלה.

מ: ראינו שהמספר עשרת אלפים הוא נכון. יש 10,000 סמ"ר במ"ר.
הראו לי מ"ר על המרצפות.

ת: מטר מרובע. זה ריבוע שכל צלע שלו שווה למטר אחד.

מ: רשמו במחברת במסגרת: **מטר מרובע הוא שטחו של ריבוע שאורך צלעו מטר אחד.**
גם למטר מרובע יש ראשי תיבות, מה הן?

ת: מ"ר, או: מ^2.

מ: מי יכול לסכם את מה שלמדנו על המטר המרובע?

ת: – למדנו שהיחידה סנטימטר מרובע מתאימה לשטחים קטנים.

– למדנו שיש יחידת שטח: מטר מרובע, שיותר נוח להשתמש בה לחדר, לחצר וכו'. זו יחידה שגדולה מסמ"ר פי 10,000 כי אם במטר יש 100 ס"מ, הרי במ"ר יש 100^2 סנטימטרים מרובעים.

– למדנו שמטר מרובע הוא שטח של ריבוע שאורך צלעו מטר אחד.

– למדנו שאת המטר המרובע מסמנים: מ"ר, או: מ^2.

דוגמה לחזרות ולתרגול:

מ: למה גם המטר המרובע הוא יחידת שטח?

ת: גם הוא ריבוע ואפשר לכסות איתו שטחים.

מ: למה כותבים את המטר המרובע: מ"ר?

ת: נוח לכתוב קיצור, ראשי תיבות.

מ: ניזכר, מהו הקיצור הנוסף שאנחנו מכירים?

ת: מ^2.

מ: מה פירושו של הקיצור הזה?

ת: מטר בריבוע. זה כמו סנטימטר בריבוע.

מ: מה יקרה אם לא נשים לב ליחידות?

ת: נחשוב שהשטח הוא בסמ"ר ולא במ"ר.

מ: למה ידעתם לפתור מבלי שעזרתי לכם?

ראינו ש:

$4^2 = 4 \times 4 = 61$

$5^2 = 5 \times 5 = 25$

$8^2 = 8 \times 8 = 64$

וכך הלאה.

כדאי שניזכר בשמות המרכיבים של פעולה זו.

בתרגיל הראשון: ארבע בחזקת שתיים שווה ל-16. אנחנו קוראים ל-4 **בסיס הֶחֶזְקָה**, ל-2, שאומר כמה פעמים ה-4 מכפיל את עצמו, קוראים **מַעֲרִיךְ הַחֶזְקָה**. לתשובה 16 קוראים **החזקה**. נוהגים לקצר, במקום לומר: **בסיס החזקה** אומרים **הבסיס**, במקום לומר: **מעריך החזקה** אומרים **מעריך**. למשל, בתרגיל: 6 בריבוע שווה ל-36. 6 הוא הבסיס 2, הוא המעריך, 36 היא החזקה.

מערך – חזקה שלישית, נפח קובייה

חזקה שלישית

כדי לבסס חזקות גבוהות מחזקה שנייה, נלמד את החזקה השלישית בהקשר של חישובי נפחים.

מ: היום נרחיב את נושא החזקות.

כאשר כופלים מספר בעצמו 3 פעמים אומרים שמעלים אותו בשלישית. אומרים גם שמעלים אותו בחזקת שלוש.

להלן דוגמאות:

$2^3 = 2 \times 2 \times 2$

2 כפול 2 כפול 2 הם **2 בחזקת 3**, או **2 בשלישית**.

כמה זה 2 בשלישית?

ת: [שגוי] 6.

מ: זה לא 3 כפול 2. מה פירושו של 3 כפול 2?

ת: 3 פעמים 2.

מ: איך נרשום את התרגיל?

ת: 2 + 2 + 2.

מ: נרשום זאת על הלוח: $6 = 2 \times 3 = 2 + 2 + 2$

העלאה בחזקה שלישית פירושה:

$2 \times 2 \times 2 =$

לְמה זה שווה?

ת: 8.

מ: נכון. איך פותרים זאת?

ת: קודם כופלים 2 ב-2. את התשובה כופלים שוב ב-2.

מ: נוכל לסכם זאת כך: **כפל** הוא **חיבור מקוצר** של קבוצות שוות גודל. **העלאה בחזקה** היא **כפל מקוצר** של גורמים שווים.

כמה זה 3 בשלישית?

ת: 27.

מ: איך הגעת לזה?

ת: 3 כפול 3 הם 9. 9 כפול 3 הם 27. 3 בחזקת 3 הם 27.

מ: איך נרשום זאת?

ת: $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

מ: נתרגל זאת כך. אני אומר את התרגיל. כולכם תכתבו אותו במחברת. תפתרו אותו ותאמרו את החזקה, את הפתרון שלו.

5 בשלישית?

ת: $5 \times 5 \times 5 = 5^3 = 125$

מ: 7 בשלישית.

ת: $7 \times 7 \times 7 = 7^3 = 343$

הערה

תרגול של העלאה בחזקה שלישית ייעשה ב-drill [התרגול המהיר] עד שהילדים ישלטו בהעלאה בחזקה שלישית ושנייה בעל-פה בתחום ה-10. כלומר, שהבסיס של החזקה יהיה מ-1 עד 10.

תזכורת

בביטוי המתמטי $7^3 = 343$

7 הוא הבסיס

3 הוא המעריך

343 הוא החזקה.

מ: כמה זה 9 בשלישית?

ת: 9 כפול 9 הם 81. נכפול את 81 ב-9 ונקבל 729. 9 בשלישית הם 729.

מ: איך אפשר לומר את 9 בשלישית בעוד אופן?

ת: 9 בחזקת 3.

מ: תתרגלו בבית את החזקות של 1 בשלישית, 2 בשלישית, 3 בשלישית, 4 בשלישית, 5 בשלישית, 6 בשלישית, 7 בשלישית, 8 בשלישית, 9 בשלישית, 10 בשלישית.

כדאי שתדעו אותן בעל-פה. חשוב לדעת את החזקות הריבועיות בעל-פה: אלה עם המעריך 2, ואת החזקות בשלישית, אלה עם המעריך 3, כשהבסיס הוא בין 1 ל-10. יש גם חזקות גבוהות יותר אותן לא נצטרך לדעת בעל-פה. יספיק לנו לדעת שהן קיימות. מי יכול לומר, על סמך מה שלמדנו, כמה זה 5 בחזקת 4 [או: 5 ברביעית]?

ת: 625. כפלתי את 5 בעצמו 4 פעמים.

מ: יש חזקות שקל לחשב. כמה זה 10 בחזקת 1.

ת: את צוחקת עלינו.

מ: לא. אני לא צוחקת. 10 בחזקת 1 זה 10. כי הוא מופיע פעם אחת בלבד כגורם.

רשמו את החזקות של 10 ותגלו חוק מעניין.

ת: $10^1 = 10$

$10^2 = 100$

$10^3 = 1,000$

$10^4 = 10,000$

$10^5 = 100,000$

איזה יופי. המעריך שווה בדיוק למספר האפסים. אם כתוב 10 בשישית, אז אני תיכף יודע שזה מספר שיש בו 1 ואחריו יש שישה אפסים.

מ: תכונה זו של החזקות של 10 משמשת ל**אומדן**. למשל, אפשר לומר שהתקציב של המדינה למלחמה בתאונות דרכים הוא **בסדר גודל** של 10 בחזקת 9 שקלים.

לְמה הכוונה?

ת: הכוונה היא שהמדינה תשקיע במלחמה בתאונות דרכים מיליארדי שקלים, כי 10 בחזקת 9 זה מיליארד. זה מספר שיש לו 9 אפסים.

מ: ראינו שהנושא של החזקות עוד יתפתח, אבל בשלב זה נחזור ליחידות המעוקבות. למה, לדעתכם, סמ"ק כותבים גם כך: ס"מ^3?

ת: בטח כופלים ס"מ בס"מ בס"מ.

מ: נכון. עוד מעט נלמד למה עושים זאת. לפני שנמשיך כדאי לציין שסמ"ק מציינים גם באותיות האנגליות cc שפירושן **cubic centimeter**.

הילדים מחזיקים ביד קוביות של סמ"ק שמוכרות להם מהשיעורים על הדצמ"ק.

מ: ניזכר: מה נפח הקובייה שאתם מחזיקים ביד?

ת: סנטימטר מעוקב.

מ: רשמו במחברות את היחידה הזאת בכל האופנים שהכרנו.

ת: סנטימטר מעוקב = סמ"ק = ס"מ^3 = cc = cm^3.

מ: כדי שנזכור את כל הסימונים האלה אני מציעה שנכין **פלקט** ונרשום עליו את מה שכתבתם במחברת.

מ: למה יחידת הנפח מסומנת גם כ–ס"מ^3?

ת: כי כופלים ס"מ בס"מ בס"מ, אז מקבלים ס"מ בשלישית.

מ: מה נפח התיבה שאורכה 8 ס"מ רוחבה 3 ס"מ וגובהה 5 ס"מ?

ת: 120 סמ"ק = 8 ס"מ x 3 ס"מ x 5 ס"מ

מ: מהו נפח התיבה שמידותיה הם: 7 ס"מ, 3 ס"מ, 2 ס"מ?

ת: 42 סמ"ק.

מ: איך חישבת?

ת: כפלתי 2 ב–3 ומה שקיבלתי כפלתי ב–7.

מ: ומה עם היחידות?

ת: כופלים אותן. התרגיל הוא: 42 ס"מ^3 = 42 סמ"ק = 7 ס"מ x 3 ס"מ x 2 ס"מ

מ: האם היה לפניך ציור התיבה?

ת: לא. אני לא צריך אותו. בשביל לחשב מספיקות לי המידות.

מ: מה אפשר לומר על יחידות הנפח?

ת: יחידות הנפח הן מעוקבות, כלומר בחזקה שלישית.

הערה חשובה

יש להציג לילדים קובייה מתפרקת של דצמ"ק.

מ: הבאתי היום קובייה גדולה. אפילו מרחוק ניתן לראות את הקוביות המרכיבות את הקובייה הגדולה. כל קובייה לבנה או שחורה היא 1 סמ"ק.

למדנו שריבוע הוא סוג של מלבן, הוא מלבן שכל צלעותיו שוות זו לזו.

באותו אופן נוכל לומר על קובייה שהיא סוג של....

ת: תיבה. אפשר לומר שקובייה היא תיבה שכל מקצועותיה שווים זה לזה.

מ: נמדוד את ממדי הקובייה. הנה סרגל אני מזמינה ילדים שימדדו את אורך המקצועות.

מה הם ממדי התיבה?

ת: 10ס"מ על 10 ס"מ על 10 ס"מ.

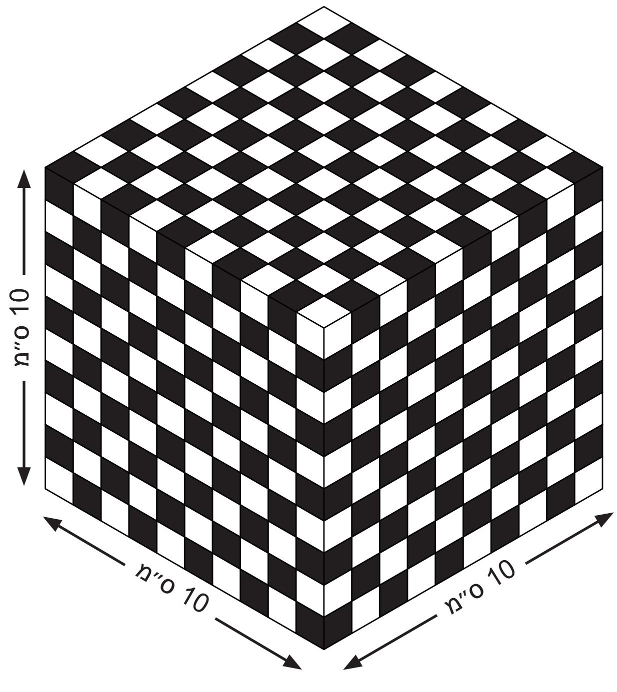
מ: איך קוראים ל–10 ס"מ?

ת: דצימטר.

מ: בטאו את מידותיה של התיבה בעזרת היחידה דצימטר.

ת: זוהי קובייה של 1 דצימטר על 1 דצימטר על 1 דצימטר.

מ: אם כך, איך עלינו לקרוא לה?



ת: זוהי קובייה של דצימטר מעוקב אחד.

מ: כמו שיש יחידת מידה של נפח שהיא סמ"ק, כך יש גם יחידת נפח שהיא דצימטר מעוקב אחד. לפי מה שלמדתם על הסמ"ק איך נוכל לרשום בדרכים אחדות דצימטר מעוקב?

ת: אני חושב שנרשום זאת כך: דצמ"ק = דצ"מ^3 = dcm^3.

מ: נכון. אולי תוכלו להסביר את הרישום הזה?

ת: דצמ"ק הוא הקיצור של דצימטר מעוקב, שפירושו יחידת נפח של קובייה שהאורך, הרוחב והגובה [או העומק] שלה הם דצימטר אחד.

מ: ומהו הסימון השני שרשמתם?

ת: דצ"מ^3, פירושו דצימטר בשלישית או דצימטר בחזקת 3.

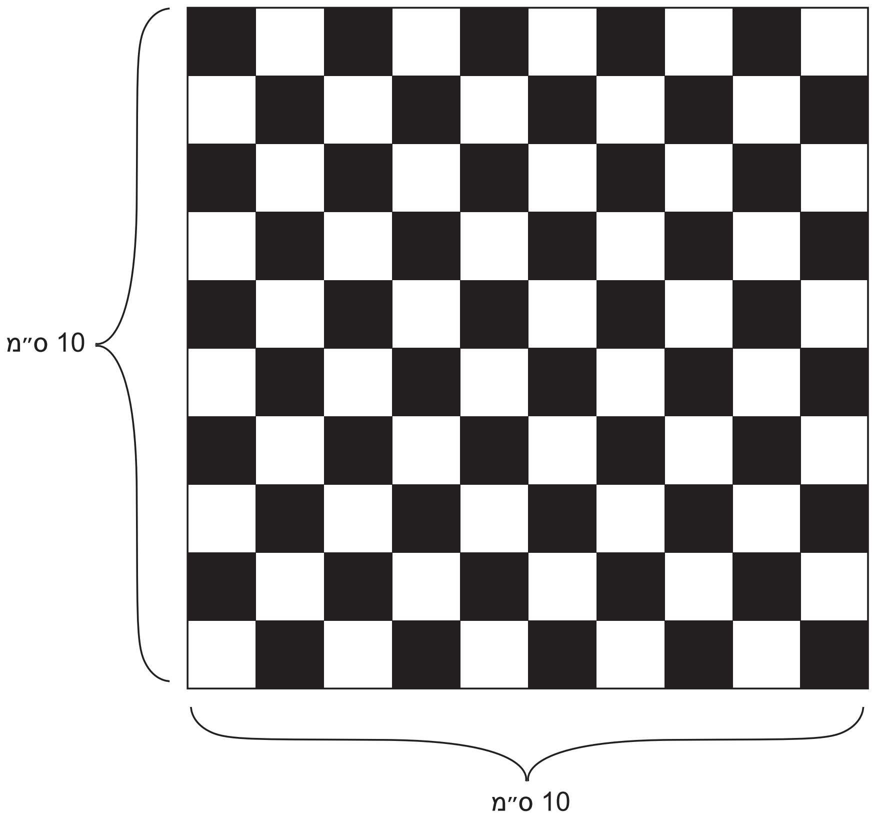
מ: מהי הדרך הנוספת לכתוב את היחידה הזאת?

ת: בלועזית dcm^3. האותיות dcm אומרות דצימטר וה-3 הקטן אומר: בשלישית.

מ: נבדוק כמה סמ"ק מכילה הקובייה הזאת שנפחה דצימטר מעוקב.

נחשב כמה סמ"ק יש בשכבה אחת.

הנה אני מראה לכם איך נראית שכבה אחת. הדצימטר המעוקב שבידי מתפרק לשכבות. הנה שכבה אחת. כמה סמ"ק יש בה?



ת: יש בשכבה הזאת 10 סמ"ק בשורה אחת ויש 10 שורות כאלה. יש בשכבה כולה 100 סמ"ק, כי יש בה 10 כפול 10 סמ"ק.

מ: נתבונן בקובייה כולה. כמה שכבות כאלה יש בה? נמנה אותן יחד.

ת: יש 10 שכבות כאלה.

מ: אם כך, כמה סמ"ק בדיוק מכיל דצמ"ק?

ת: 1,000 סמ"ק בדיוק נכנסים לדצמ"ק.

מערך – יחידות הנפח

מ: קראו, בבקשה, עמודים 93, 94. במה הם עוסקים?

ת: יחידות נפח.

מ: אילו יחידות?

ת: סנטימטר מעוקב, דצמ"ק, מטר מעוקב.

מ: מהו הנפח של סמ"ק?

ת: נפח של קובייה שאורך כל מקצוע שלה הוא סמ"ק.

מ: מהו הנפח של דצמ"ק?

ת: נפח של קובייה שאורך המקצועות שלה 1 דצימטר מעוקב.

מ: מהו הנפח של מטר מעוקב?

ת: נפח של קובייה שאורך כל מקצוע שלה הוא מטר אחד.

מ: קראו את עמוד 95 ואימרו לי. מה הקשר בין קיבולת לבין נפח?

ת: קיבולת של כלי זה הנפח שהכלי הזה יכול להכיל.

מ: אתם זוכרים מהו ליטר?

ת: למדנו את זה מזמן.

מ: נכון. הבאתי איתי כלי שדומה לזה שבציור שבעמוד 95. הקיבולת שלו היא ליטר אחד. כך רשום עליו. אני ממלא אותו בחול. יש לי כאן גם קובייה שהנפח שלה 1 דצמ"ק. אני רוצה לשפוך את החול לתוך הקובייה. מה דעתכם? האם הקובייה תכיל את כל החול?

ת: בציור מראים שזה אותו נפח, אבל לי נראה שאם אשפוך את החול לתוך הקובייה, חלק מהחול יישפך. לא יהיה מספיק מקום לכל.

מ: בוא תנסה.

ת: מנסה ואומר: זה נכנס בדיוק.

מ: באמת כתוב בספר שנפח של דצמ"ק שווה לנפח של ליטר. אני השתמשתי בחול כדי להראות זאת, כי לא רציתי להרטיב את הרצפה, אבל משתמשים במידה הזו של ליטר לחישוב נפח של נוזלים. ביקשתי שתביאו מיכלי משקאות ריקים. בואו ונבדוק מה רשום עליהם. לפי החוק חייבים לציין כמה נוזל יש בהם.

ת: על הקופסא של משקה תוסס שלי כתוב 400 מיליטר.

מ: יופי שציינת זאת. ניזכר, מה זה: מילילטר?

ת: את הליטר מחלקים ל-1000 יחידות שכל אחת מהן נקראת מיליליטר.

מ: יש לי פה בקבוק שתייה ועליו כתוב 1/2 ליטר ופה יש לי בקבוק אחר שעליו כתוב 500 מיליליטר. לאיזה בקבוק יש קיבולת יותר גדולה?

ת: יש להם קיבולת שווה, כי חצי ליטר שווה ל-500 מיליליטר.

מ: עכשיו יש לי שאלה חשובה במיוחד. כמה סנטימטר מעוקבים יש בליטר?

ת: ליטר שווה לנפח של דצימטר מעוקב. בכל דצימטר מעוקב יש 1000 סנטימטר מעוקבים, אז בכל ליטר יש 1000 סנטימטרים מעוקבים.

מ: מסמנים סנטימטר באותיות **cc**. הבאתי כלים שאספתי ממרפאה. תראו שעליהם מצוינות המידות באותיות cc שפירושן: **C**UBIC CENTIMETER.

למה, לדעתכם לקחתי את המיכלים ממרפאה?

ת: במרפאה מטפלים הרבה בתרופות ובבדיקות ושם צריך לדייק.

מ: הבאתי מזרקים ממרפאה. אילו יחידות רשומות עליהם?

ת: יש קווים וכתוב **cc**.

מ: נכון. לכן חשוב להכיר את המונח cc. אתם רואים שיש לו שימוש רב, לכן צריך להבין איך עורכים את חישובים עם היחידות.

הכינו פלקט:

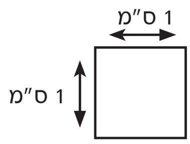
דצימטר מעוקב הוא נפח של קובייה שאורך המקצוע שלה הוא 1 דצ״מ.
הוא שווה ל-10^3 סנטימטר מעוקבים [סמ״ק = ס״מ^3].

פרק 9: נפח קובייה והקשרים בין יחידות המידה

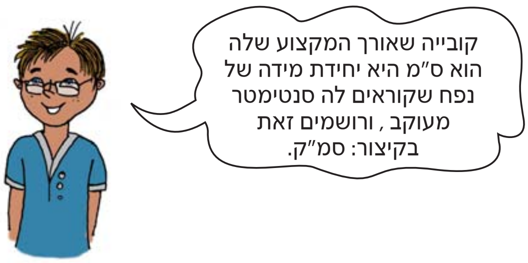
יחידות נפח

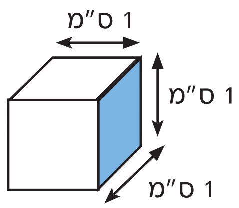
יחידת אורך שהכרנו היא ס"מ

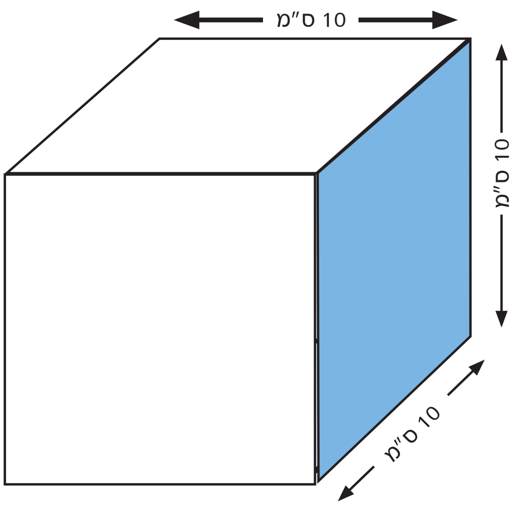
יחידת שטח שהכרנו היא 1 סמ"ר.

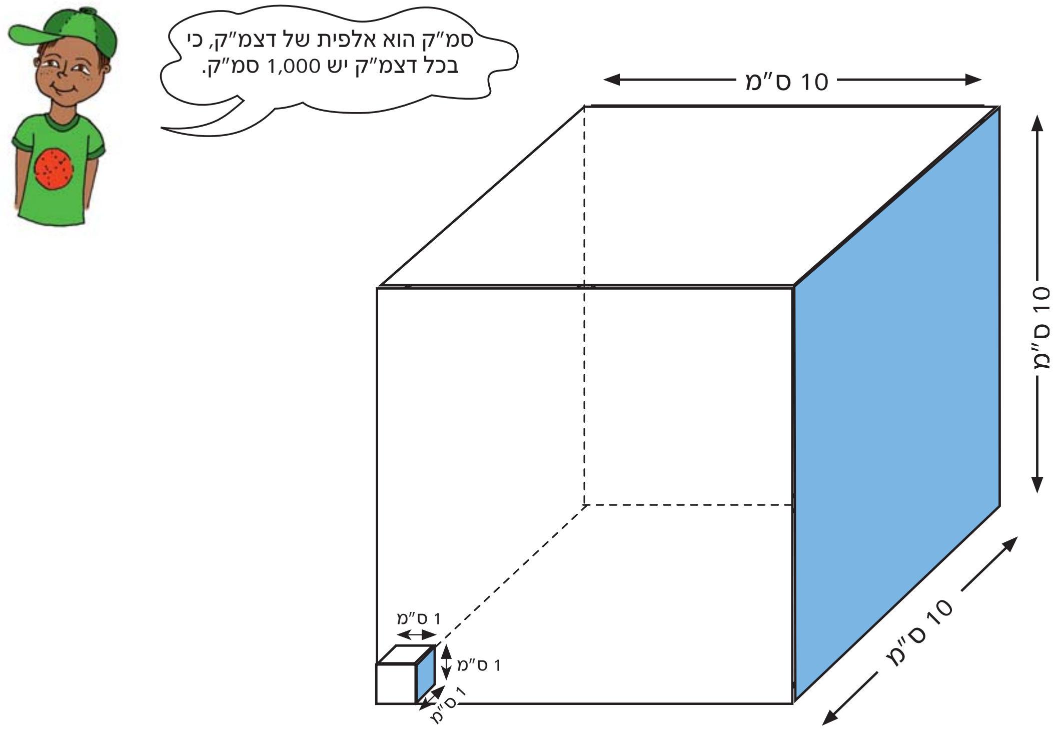


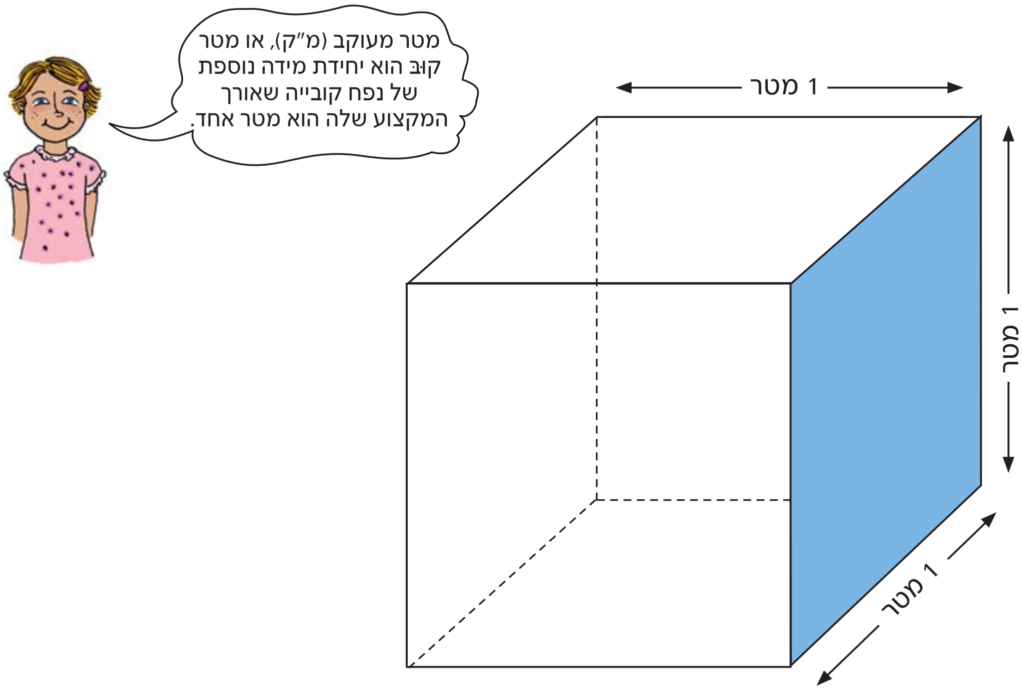
יחידת נפח שאנחנו מכירים היא סמ"ק.







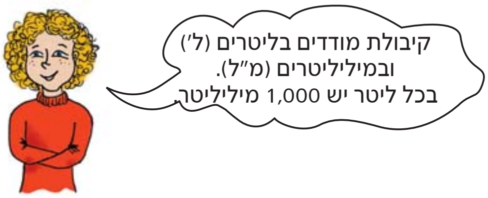

סמ״ק הוא אלפית של דצמ״ק, כי
בכל דצמ״ק יש 1,000 סמ״ק.
10 ס״מ
10 ס״מ
10 ס״מ
1 ס״מ
1 ס״מ
1 ס״מ

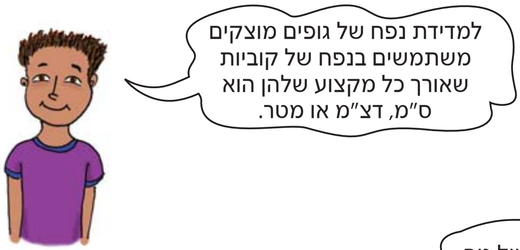

מטר מעוקב (מ״ק), או מטר
קוּב הוא יחידת מידה נוספת
של נפח קובייה שאורך
המקצוע שלה הוא מטר אחד.
1 מטר
1 מטר
1 מטר

קיבולת של כלי היא הנפח שהכלי יכול להכיל.

'מִילִי' = אלפית

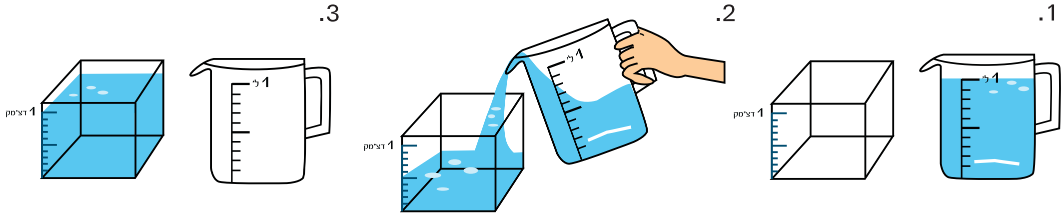
מיליליטר = אלפית ($\frac{1}{1,000}$) הליטר.





נפח של דצימטר מעוקב אחד = נפח של ליטר אחד.

1. 2. 3.



סיכום

אורך מודדים ביחידות אורך: מילימטר, סנטימטר, דצימטר, מטר, קילומטר.

שטח מודדים ביחידות שטח: מילימטר מרובע (ממ"ר), סנטימטר מרובע (סמ"ר), דצימטר מרובע (דצמ"ר), מטר מרובע (מ"ר), קילומטר מרובע (קמ"ר) **ודונם**.

נפח מודדים ביחידות נפח: סנטימטר מעוקב = מיליליטר (מ"ל)

דצימטר מעוקב = ליטר (ל')

מטר מעוקב = מטר קוּב (מ"ק)

דוגמה למערך על הקשרים בין יחידות המידה השונות

חשוב לדעת!

יחידות אורך

יש קשרים בין יחידות מאותו סוג.

יחידות אורך קטנות של אורך אפשר **לקבץ** ולהביע ביחידות אורך גדולות,

כמו 400 ס״מ שהם 4 מטרים.

אפשר ל**פרוט** יחידות גדולות ליחידות קטנות:

כמו, 7 מטרים שווים ל-70 דצימטרים.

לפעמים מבטאים אורך **ביחידות מעורבות**, כמו 7 ק״מ וְ-540 מטר.

יחידות שטח

אותו תהליך של **פריטה** אפשר לבצע ביחידות שטח.

כמו, 4 דונם שהם 4,000 מטרים מרובעים.

אפשר ל**קבץ** יחידות קטנות ליחידות גדולות.

כמו, 40,000 סנטימטרים מרובעים שהם 4 מטרים מרובעים.

לפעמים מבטאים שטח **ביחידות מעורבות**, כמו 7 דונם וְ- 400 מ״ר.

יחידות נפח

גם ביחידות נפח ניתן לבצע פריטה או הקבצה.

פריטה

כמו, 3 דצמ״ק הם 3,000 סמ״ק.

הקבצה

כמו, 8,000 דצימטרים מעוקבים שהם 8 מטרים מעוקבים. (8 מטר קוב).

לפעמים מבטאים נפח **ביחידות מעורבות**, כמו 9 ליטרים ו-670 מיליליטרים.

יש קשר בין יחידות האורך, השטח והנפח. כדי לדעת כמה סמ״ר יש במטר, צריך לדעת כמה ס״מ יש במטר, כדי לדעת כמה סמ״ר יש במ״ר.

דוגמה:

כמה דצמ״ר יש במ״ר?

שלב א׳:

במטר יש 10 דצ״מ.

שלב ב׳:

במטר מרובע יש 10 בריבוע דצימטר מרובע.

על השאלה: כמה דצמ״ר יש ב-5 מ״ר צריך לענות בשלושה שלבים:

א. במטר יש 10 דצ״מ;

ב. במטר מרובע יש 10 בריבוע דצימטרים מרובעים, שהם 100;

ג. 5 מטרים מרובעים שווים ל-500 דצימטרים מרובעים.

שילוב החזקות בסדר הפעולות מאפשר הרחבה והעמקה של חישובי נפחים.

דוגמאות

א. כמה סמ״ר מוכלים בדיוק ב-9 דצמ״ר?

שלבי הפתרון

שלב א׳: כמה ס״מ יש בדצ״מ? 10.

שלב ב׳: כמה סמ״ר יש בדצמ״ר אחד? $10^2 = 100$.

שלב ג׳: כמה סמ״ר יש ב-9 דצמ״ר? $900 = 9 \times 100$

בעזרת רישום לפי הכללים של סדר הפעולות

$9 \times 10^2 = 9 \times 100 =$ 900 סמ״ר

ב. כמה סמ״ק מוכלים בדיוק ב-9 דצמ״ק?

שלב א׳: כמה ס״מ יש בדצ״מ? 10.

שלב ב׳: כמה סמ״ק יש בדצמ״ק? 10^3.

שלב ג׳: כמה סמ״ק יש ב-9 דצמ״ק? $9 \times 10^3 = 9 \times 1{,}000 = 9{,}000$

קל להדגים את הכלל שהעלאה בחזקה קודמת לכפל ולחילוק באמצעות שלבים אלה.

הערה

לנוחיות המורים להלן הקשרים בין הממדים, החזקות ויחידות האורך, השטח והנפח.

יחידות אורך

המעריך הוא 1. הוא מייצג ממד אחד: (אורך).

1,000 מ״מ = 100 ס״מ = 10 דצ״מ = 1 מ׳

1 ק״מ = 1,000 מ׳.

יחידות שטח

המעריך הוא 2. הוא מייצג 2 ממדים: (אורך ורוחב).

$1{,}000^2$ ממ״ר (מ״מ^2) = 100^2 סמ״ר (ס״מ^2) = 10^2 דצמ״ר (דצ״מ^2) = 1^2 מ״ר (מ׳^{2}) = 1 מ׳ x 1 מ׳

1 קמ״ר = 1 ק״מ^2 = 1 ק״מ x 1 ק״מ (למדידת שטח של ארצות).

1 דונם = 1,000 מ״ר = 1,000 מ^2. (למדידת שטח של מגרשים).

יחידות נפח

המעריך הוא 3. הוא מייצג 3 ממדים: (אורך, רוחב וגובה/ועומק).

$1{,}000^3$ ממ״ק (מ״מ ^{3}) = 100^3 סמ״ק (ס״מ ^{3}) = 10^3 דצמ״ק (דצ״מ ^{3}) = 1^3 מ״ק (מ^3) = 1 מ׳ x 1מ׳ x 1 מ׳

1 ליטר = 1,000 מ״ל = 1 דצמ״ק.

1 מ״ל = CC אחד = 1 סמ״ק = 1 ס״מ^3.

עמודים 98-96

עמודים אלה עוסקים בפריטה ובהקבצה של יחידות אורך, שטח ונפח. זהו שלב מופשט המלמד כיצד מתבצעות פעולות ההקבצה והפריטה ביחידות השונות.

התלמידים אמורים להכיר המרות [הקבצה ופריטה] מנושאים שלמדו בעבר. מומלץ לקשר את כל הנושאים סביב עמודים אלה ולקשור לכך גם הנושא של מכנה משותף, שכן היחידות הן כינויים [מכנים].

לפניכם דוגמה לדיון שעשוי להיערך בכיתה.

המורה רושמת על הלוח את התרגיל הבא.

$345 + 7 =$

מ: העתיקו את התרגיל במאונך למחברת והסבירו את הפעולה שביצעתם.

התלמידים רושמים:

$$\begin{array}{r} 345 \\ +\quad \\ 7 \\ \hline \end{array}$$

מ: איזו פעולה ביצעתם?

ת: חיברנו.

מ: לא ביקשתי שתפתרו, רק ביקשתי שתרשמו.

ת: רשמנו.

מ: נכון, אבל למה רשמתם כך? כשרשמתם כך כבר עשיתם פעולה מתמטית. מהי?

ת: ???

מ: למה רשמתם את ה-7 מתחת ל-5 ולא מתחת ל-4 או ל-3?

ת: כדי שנחבר אחדות עם אחדות.

מ: למה?

ת: כדי שלא נחבר 7 אחדות עם 4 העשרות.

מ: איפה עוד למדנו בחיבור או בחיסור שעלינו לחבר רק פריטים בעלי אותו כינוי?

ת: כאשר חיברנו דצ"מ עם ס"מ הפכנו את הדצ"מ לס"מ .

מ: יפה. היכן עוד פעלנו כך?

ת: גם בתרגיל הזה, אנחנו מחברים 5 אחדות עם 7 אחדות ומקבלים 12 אחדות שהן עשרת אחת ועוד שתי אחדות בודדות. את העשרת אנחנו מקבצים מעשר האחדות ואותה מחברים ל-4 העשרות. מחברים עשרות לעשרות.

מ: יפה. איפה עוד נהגנו כך?

ת: בשברים פשוטים, כאשר אנחנו מחברים שליש עם רבע, אנחנו יוצרים להם מכנה משותף, אחרת איננו יכולים לחבר אותם.

מ: אם כך, איזו פעולה עשיתם כשכתבתם את התרגיל במאונך?

ת: יצרנו מכנה משותף, כי כתבנו רק ספרות מאותו סוג זו מתחת לזו כדי שנוכל לחברן.

מ: ראינו שהנושא של מכנה משותף מצוי במספרים שלמים, בהם המכנה הוא ערך המקום [אחדות, עשרות, מאות וכו'] מצאנו שמכנה משותף נמצא בחישובי יחידות הנדסיות [היחידות השונות], ומצאנו שמכנה משותף נמצא גם בשברים פשוטים [המכנים של כל שבר]. ראינו שאפשר לחבר ולחסר רק פריטים בעלי אותו כינוי, כלומר שיש להם מכנה משותף. הרעיון הוא אותו רעיון גם אם כותבים את הפעולות אחרת. במספרים שלמים הוא בא לידי ביטוי באמצעות **ערך המקום** בשברים פשוטים באמצעות **מכנה משותף** ביחידות הנדסיות באמצעות **הפיכת יחידות שונות ליחידות מאותו סוג**. נבדוק באילו אמצעים מתמטיים משתמשים לשם כך. הבאתי מטבע של 10 שקלים ולידו הנחתי 10 מטבעות של שקל אחד.

מדוע לדעתכם הבאתי את הכסף הזה? מה הקשר בינו לבין מה שאנחנו לומדים?

ת: המטבע האחד של 10 שקלים שווה ל־10 המטבעות של שקל אחד.

מ: נכון. המטבע האחד הזה [מחזיקה את 10 השקלים] שווה בערכו לעשרת המטבעות של שקל אחד [מחזיקה אותם בידה]. אני אתן לך מטבע אחד כזה ואתה נותן לי 10 מטבעות כאלה. איזו פעולה עשינו?

ת: פרטנו את המטבע בעל הערך הגבוה ל־10 מטבעות בעלי הערך הנמוך. זוהי פעולת פריטה.

מ: הנה תרגיל:

$$\begin{array}{r} 275 \\ -\quad 8 \\ \hline \end{array}$$

פיתרו אותו והסבירו מה עשיתם.

ת: אי אפשר לחסר 8 מ־5 אז לקחנו עשרת אחת מה־7 ופרטנו אותה ל־10 אחדות. חיברנו את 10 האחדות ל־5 וקיבלנו 15 אחדות. עכשיו אפשר לחשב כמה הם 15 פחות 8.

מ: הסברתם יפה. מה הקשר בין מה שאנחנו לומדים על יחידות לבין פריטת הכסף וחישובי היחידות?

ת: כאשר אנחנו רושמים אורך של משהו בס"מ ורוצים לבטא אותו במטרים אנחנו ממירים כל 100 ס"מ למטר אחד. הדבר דומה להמרה של 10 מטבעות של שקל למטבע אחד של 10 שקלים. בדיוק כמו שממירים עשר אחדות לעשרת אחת.

מ: זוהי פעולת הקבצה. אנחנו רואים שכדי להמיר אנחנו מקבצים יחידות קטנות יותר ליחידות גדולות יותר או שפורטים יחידות גדולות יותר ליחידות קטנות יותר שוות ערך, לפי הצורך.
מה זו פריטה?

ת: בפריטה אנחנו ממירים יחידה גדולה אחת להרבה יחידות קטנות, אז הערך שלהן נשמר. ככל שערך היחידות קטן כך מספרן גדל. בהקבצה אנחנו ממירים הרבה יחידות קטנות ליחידה אחת גדולה בעלת אותו ערך. ככל שערך היחידה גדול יותר כך מספר היחידות הגדולות קטן יותר.

מ: ניסחתם יפה את כללי ההקבצה והפריטה. עכשיו נלמד כיצד מתבצע החישוב ביחידות אורך, שטח ונפח.

1. פריטה והקבצה של יחידות אורך בעלות ממד אחד

א. **פריטת יחידות אורך** גדולות ליחידות אורך קטנות

יחידות אורך גדולות

1 ק"מ = 1,000 מ'

הקשרים בין יחידות האורך

x 10   x 10   x 10

1,000 מ"מ = 100 ס"מ = 10 דצ"מ = 1 מ'

ב. **הקבצת יחידות אורך** קטנות ליחידות אורך גדולות

יחידות אורך גדולות

1 ק"מ = 1,000 מ'

הקשרים בין יחידות האורך

: 10   : 10   : 10

1,000 מ"מ = 100 ס"מ = 10 דצ"מ = 1 מ'

96

2. פריטה והקבצה של יחידות שטח בעלות שני ממדים

א. **פריטת יחידות שטח** גדולות ליחידות שטח קטנות

יחידות שטח גדולות

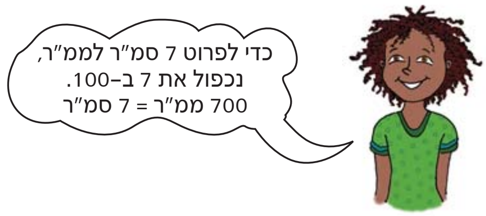
1 דונם = 1,000 מ"ר

1 קמ"ר = 1,000,000 מ"ר

הקשרים בין יחידות השטח

x 100   x 100   x 100

1000^2 מ"מ^2 = 100^2 ס"מ^2 = 10^2 דצ"מ^2 = 1^2 מ^2



ב. **הקבצת יחידות שטח** קטנות ליחידות שטח גדולות

יחידות שטח גדולות

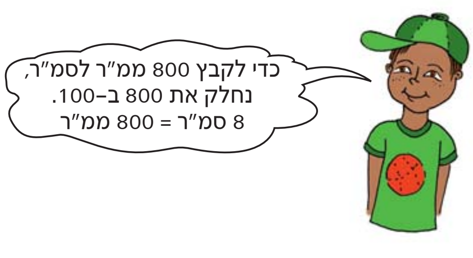
1 דונם = 1,000 מ"ר

1 קמ"ר = 1,000,000 מ"ר

הקשרים בין יחידות השטח

: 100   : 100   :100

1000^2 מ"מ^2 = 100^2 ס"מ^2 = 10^2 דצ"מ^2 = 1^2 מ^2



3. פריטה והקבצה של יחידות נפח בעלות שלושה ממדים

א. **פריטת יחידות נפח** גדולות ליחידות נפח קטנות

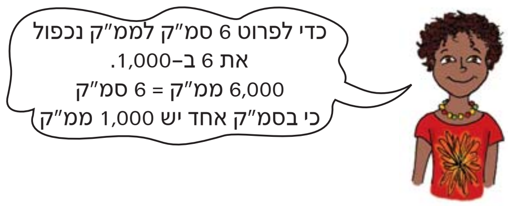
יחידות נפח גדולות

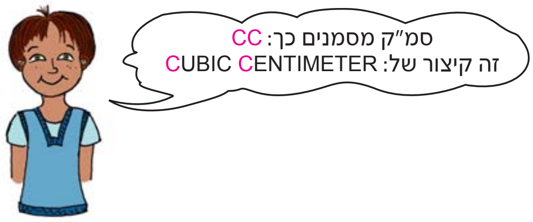
1 ליטר = 1,000 סמ"ק = 1,000 מיליליטר (מ"ל)

הקשרים בין יחידות הנפח

x 1,000 x 1,000 x 1,000

1000^3 מ"מ^3 = 100^3 ס"מ^3 = 10^3 דצ"מ^3 = 1^3 מ^3





ב. **הקבצת יחידות נפח** קטנות ליחידות גדולות

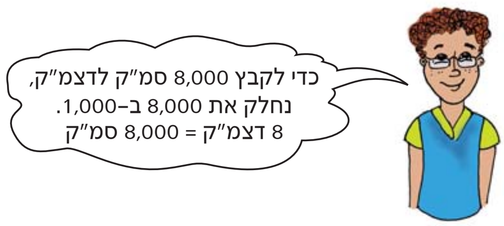
יחידות נפח גדולות

1 ליטר = 1,000 סמ"ק = 1,000 מיליליטר (מ"ל)

הקשרים בין יחידות הנפח

: 1,000 : 1,000 : 1,000

1000^3 מ"מ^3 = 100^3 ס"מ^3 = 10^3 דצ"מ^3 = 1^3 מ^3



98

הקשרים בין יחידות אורך, שטח ונפח

1. הקשר בין יחידות אורך ליחידות שטח

כדי לחשב כמה סמ"ר יש ב–8 מ"ר נפעל בשלבים:

שלב א'

נחשב כמה ס"מ יש במטר.

במטר יש 100 ס"מ.

שלב ב'

אם במטר יש 100 ס"מ אז במטר מרובע יש 100^2 סמ"ר, כלומר, 10,000 סמ"ר, שהם מאה בריבוע סנטימטרים מרובעים.

שלב ג'

נכפול את 8 ב–10,000.

80,000 סמ"ר = 8 x 10,000 מ"ר

ב–8 מ"ר יש בדיוק 80,000 סמ"ר.

2. הקשר בין יחידות אורך ליחידות נפח

נחשב כמה דצמ"ק יש ב–4 מ"ק.

שלב א'

נחשב כמה דצ"מ יש במטר.

במטר יש 10 דצ"מ.

שלב ב'

אם במטר יש 10 דצ"מ, אז במ"ק יש 10^3 דצמ"ק, שהם 1,000 דצמ"ק, שהם עשר בשלישית דצימטרים מעוקבים.

שלב ג

נכפול ב–1,000 את מספר היחידות הנתונות.

4,000 דצמ"ק = 4 x 1,000 מ"ק

ב–4 מ"ק יש 4,000 דצמ"ק.

מערך – תרגול החישובים של היחידות

לנוחיות המורים מובאים הפתרונות לחישובים בעמוד 100-101.

עמודים אלה מסכמים את נושא היחידות. חשוב במיוחד להצביע על ריבוי השימוש בליטר [בדצמ״ק] במצרכים יומיומיים. אפשר להציג בפני הכיתה פחיות משקה, בקבוקי שתייה ואריזות אחרות כדי להשוות את דרך ההצגה של מידותיהם. למשל, גודלה של חבילת ביסקוויטים ייכתב ביחידות משקל: גרמים, ק״ג וכו׳. לעומתם כמות של משקאות תירשם בליטרים, במיליליטרים או ב–CC [סמ״ק].

כדאי להסביר לתלמידים שחוקים שונים מסדירים את הרישום על מצרכים שונים, לכן ישנן אריזות עליהן רשומה התכולה בסמ״ק, ב–CC או במיליליטר.

הקישור לחיי היומיום עשוי לעורר מוטיבציה ללימוד המתמטיקה, בנוסף על הכנה לצרכנות נבונה.

1. השלימו.

א. במטר אחד יש **10** דצ"מ.

ב. כל דצ"מ הוא **עשירית** של מטר.

ג. במטר מרובע אחד יש **100** דצמ"ר. **(10^2)**

ד. במטר מעוקב אחד יש **1,000** דצמ"ק. **(10^3)**

ה. דצמ"ק אחד הוא ליטר **אחד**.

ו. בכל ליטר יש **1,000** מיליליטר.

ז. מיליליטר הוא **אלפית** של ליטר.

ח. בדצ"מ יש **10** ס"מ.

ט. בדצמ"ר יש **100** סמ"ר. **(10^2)**

י. ב-4 דצמ"ר יש **400** סמ"ר.

2. השלימו.

א. בדצמ"ק יש **1,000** סמ"ק. **(10^3)**

ב. ב-7 דצמ"ק יש **7,000** סמ"ק. **(7×10^3)**

ג. בס"מ יש **10** מ"מ.

ד. בסמ"ר יש **100** ממ"ר.

ה. בסמ"ק יש **1,000** ממ"ק.

ו. ב-9 סמ"ק יש **9,000** ממ"ק. **(9×10^3)**

ז. במטר יש **100** ס"מ.

ח. במ"ר יש **10,000** סמ"ר. **(100^2)**

ט. ב-5 מ"ר יש **50,000** סמ"ר.

י. במ"ק יש **1,000** דצמ"ק. **(10^3)**

יא. ב-6 מ"ק יש **6,000** דצמ"ק.

יב. 1 ס"מ = **10** מ"מ.

יג. 1 סמ"ר = **100** ממ"ר. **(10^2)**

יד. 1 סמ"ק = **1,000** ממ"ק. **(10^3)**

טו. ב-2 סמ"ק יש **2,000** ממ"ק.

טז. ב-3 ליטר יש **3** דצמ"ק.

יז. ב-4 ליטר יש **4,000** מיליליטר.

יח. ב-1 ק"מ יש **1,000** מ'.

יט. ב-1 קמ"ר יש **1,000,000** מ"ר. **($1,000^2$)**

כ. ב-7 קמ"ר יש **7,000,000** מ"ר.

כא. ב-7 קמ"ר יש **7,000** דונם.

כב. בחצי ליטר יש **500** מיליליטר, שהם **500** סמ"ק.

כג. ב–8 דצמ"ק יש **8** ליטר.

כד. 1 ליטר = cc **1,000**.

כה. cc 1 הוא ***אלפית*** של ליטר.

3. אִסְפוּ אריזות שונות של משקאות ומוצרי מזון מוצקים.
רִשְׁמוּ את נפחם או את משקלם, לפי הרשום עליהם, וציינו את יחידות המידה שהשתמשו בהן.

פרק 10 – פריסות של קובייה

הפרק מזמן פעילות פרטנית ומעבר מהמוחשי: בנייה עצמית של פריסה, אל המופשט: זיהוי פריסות של קובייה ותיבה רק מהתבוננות, ללא ביצוע בפועל של גזירה וקיפול.
פרק זה תורם לפיתוח הראייה המרחבית המופשטת.

1 שעה

מטרות הפרק

- **הקניית המושג: פריסה;**
- **זיהוי פריסות שוות למרות כיוונן השונה;**
- **בניית פריסות שונות של קובייה כהכנה לבניית פריסות של תיבה שאינה קובייה;**
- **בניית קובייה באמצעות קיפול מתאים של פריסתה;**
- **"קיפול" דמיוני של סרטוט כדי לבחון אם הוא פריסה;**
- **פיתוח היכולת של הבנת יחסים וירטואליים;**
- **הכנה לחישוב שטח פנים של קובייה;**
- **קריאה וביצוע של הוראות כתובות;**
- **פיתוח ראייה מרחבית מופשטת;**
- **הבחנה בין נפח תלת- ממדי לשטח דו-ממדי;**
- **פיתוח היכולת ללימוד עצמי;**
- **יצירת חווייה.**

הערה כללית

פתחנו בפריסה של קובייה ורק אחר כך עברנו לפריסה של תיבה שאינה קובייה, כי פריסת הקובייה קלה יותר לקליטה בגלל הריבועים החופפים שמרכיבים אותה.

מערך – פריסות של קובייה

לפני הילדים קוביות שונות: אריזות, קופסאות וכו׳.

מ: פתחו את הספר בעמוד 102 והתחילו לעבוד לפי ההוראות שבעמוד. אני מחלקת לכם חתיכות של נייר בריסטול שעליו תוכלו לצייר את מה שהתבקשתם.

מי שקיבל את הפריסה של הקובייה מתבקש לקפל אותה לפי ההוראות. מה קיבלתם?

ת: קיבלתי קובייה. איזה יופי.

מ: נכון. מי שרוצה לשחק עם זה בבית ולבנות כך קובייה להנאתו – מוזמן. ממה מורכבת הפריסה?

ת: משישה ריבועים שווים.

מ: כאשר שתי צורות שוות בכל אנחנו אומרים שהן וחופפות, כי אפשר להניחן זו על גבי זו והן תכסינה במדוייק זו את זו. מה דעתכם? כל שישה ריבועים חופפים יתנו לנו פריסה של קובייה?

ת: (אריאל) אני חושב שכן.

(יובל) ואני חושב שלא.

מ: נבדוק את זה בהמשך. קראו את ההוראות שבעמוד 103 ובצעו את הנדרש. מה המסקנה שבסוף העמוד?

ת: יובל: אני צדקתי. לא תמיד אפשר ליצור פריסה של קובייה משישה ריבועים חופפים. תלוי איך הם מחוברים.

מ: איך נדע אם לפנינו פריסה של קובייה?

ת: פשוט נקפל בחיבורים המתאימים. אם נצליח ליצור קובייה אז הריבועים באמת יוצרים פריסה של קובייה. אם לא נצליח, סימן שזו אינה פריסה של קובייה.

מ: נכון. האם מוכרחים ממש לקפל. אולי אפשר לחשוב על הקיפול גם בלי לקפל ממש?

ת: זה אפשרי, אבל הרבה יותר קל לבדוק ממש ביד.

מ: נכון. קראו את העמודים 106-104, בצעו את ההוראות וענו על השאלות. מי שיכול לענות ללא קיפול ממש, אלא רק על ידי המחשבה זה מצויין. מי שמתקשה, יכול להעתיק את הציור בהגדלה שתהיה נוחה לו ולקפל ממש בידיים וכך לענות, גם זה בסדר.

לפני שאנחנו מסיימים אני רוצה להתייחס למילה ׳פריסה׳. אני מבקשת שתמצאו במילון מה המשמעות של המילה הזאת.

ת: יש לה כמה משמעויות.

מ: איזו משמעות מתאימה עניינו?

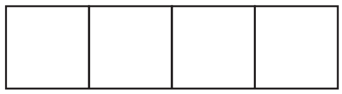
ת: מתיחה לכל הצדדים. פותחים את כל הדפנות של הקובייה ושוטחים אותן.

מ: נכון. מי שלא סיים את כל המשימות יוכל להשלים זאת בבית להנאתו.

פרק 10: פריסות של קובייה

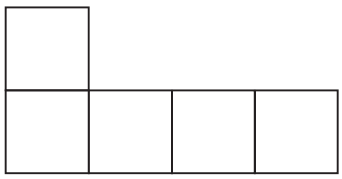
פעילות

קחו קובייה. הניחו אותה על גיליון נייר חלק. הקיפו בעיפרון את הפאה שמונחת על הנייר. קיבלתם ריבוע. גלגלו את הקובייה על פאה אחרת שלה הסמוכה לפאה הראשונה. הקיפו אותה. קיבלתם עוד ריבוע הזהה לריבוע הראשון. המשיכו לגלגל את הקובייה באותו אופן עד שתציירו את ארבעת הריבועים שעוטפים אותה מארבעת צדדיה. קיבלתם שורה של ריבועים זהים.



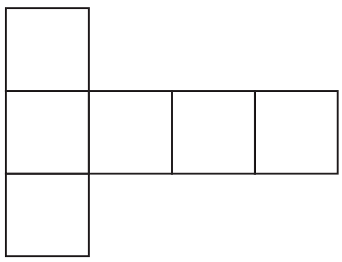
עדיין לא ציירתם שתי פאות של הקוביות בדרך זו. העבירו את הקובייה אל הריבוע השמאלי בשורת הריבועים. גלגלו את הקובייה למעלה בנייר והקיפו אותה בעיפרון.

כך צרפתם עוד ריבוע לשורת הריבועים הראשונה.

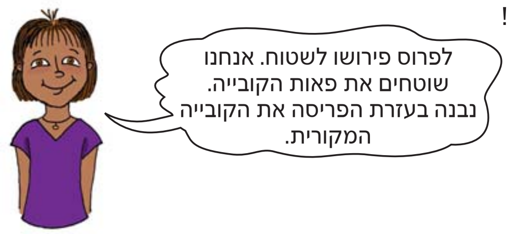


גלגלו את הקובייה פעמיים כלפי מטה בנייר והקיפו את הפאה שלה.
בִּדקו אם אכן קיבלתם את הצורה הבאה.

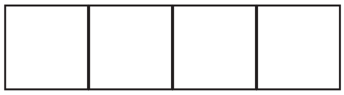
פריסה א׳ של הקובייה



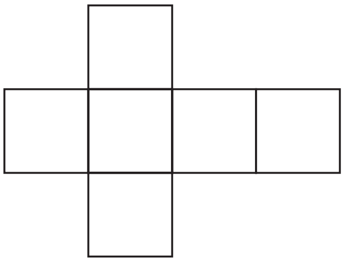
קיבלתם **פריסה של קובייה**
ציירו את הפריסה על נייר קשיח וגזרו אותה על הקו החיצוני שלה.
קפלו את הצורה של הפריסה שקיבלתם במקומות שבהם יש לריבועים צלעות משותפות.
אם קיבלתם את הקובייה המקורית סימן שהצלחתם!



כעת נבנה פריסה אחרת של הקובייה.
נתחיל בשורה של 4 הריבועים הזהים.



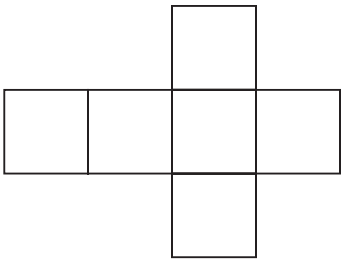
נגלגל את הקובייה מעל ומתחת לריבוע השני משמאל ונצייר את הפאות.
קיבלנו את הפריסה הבאה.



פריסה ב׳ של הקובייה

מדוע גם צורה זו היא פריסה של קובייה? נמקו.
כאשר נקפל בחיבורים המתאימים נקבל קובייה.

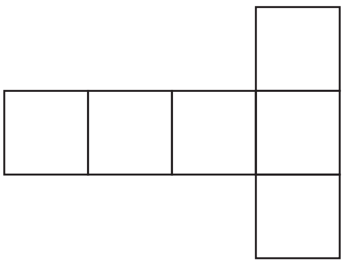
מה יקרה אם נמשיך כך לאורך שורת הריבועים הראשונה?



פריסה ג׳ של הקובייה

פריסה ב׳ ופריסה ג׳ הן אותה פריסה. מדוע?

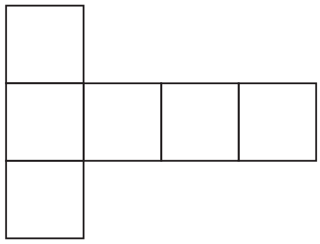
מסקנה: כאשר בונים פריסה של קוביות בשיטה שבה השתמשנו, אפשר ליצור רק 2 פריסות שונות של קובייה לאורך שורה של 4 ריבועים.



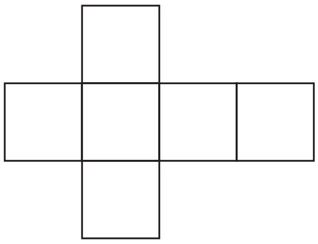
פריסה ד׳ של הקובייה

לפניכם 4 הפריסות שיצרתם. רק שתיים מהן שונות זו מזו. מדוע?

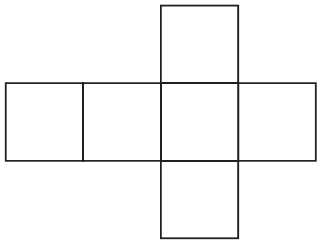
פריסה א׳ של הקובייה



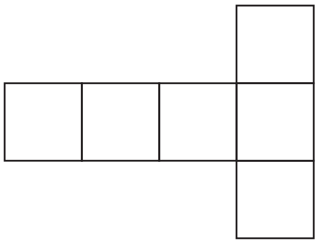
פריסה ב׳ של הקובייה



פריסה ג׳ של הקובייה



פריסה ד׳ של הקובייה

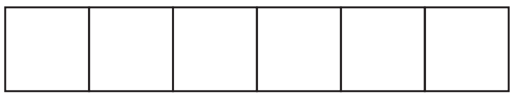


פריסה ב׳ ופריסה ג׳ זהות אך מצוירות בהיפוך כיוון.
פריסה א׳ ופריסה ד׳ זהות אך מצוירות בהיפוך כיוון.
לכן לפנינו רק 2 פריסות שונות.

נבנה קובייה

ציירו ריבוע על בריסטול או קרטון.
הריבוע הזה יהיה פאת הקובייה.

לקובייה יש 6 פאות, לכן נכין 6 ריבועים זהים.
חִשְׁבוּ כיצד כדאי לפרוס את הריבועים כך שקיפול הפריסה ייצור קובייה.
סדרו אותם כך:



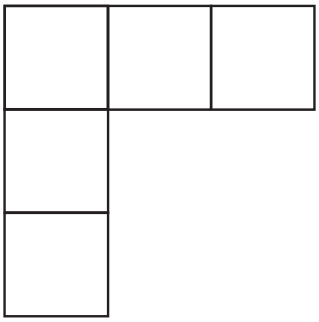
נסו לקפל את שורת הריבועים במקום שהם מחוברים זה לזה.
האם נוצרה קובייה? לא.

מסקנה: שורה אחת של 6 ריבועים זהים אינה פריסה של קובייה.

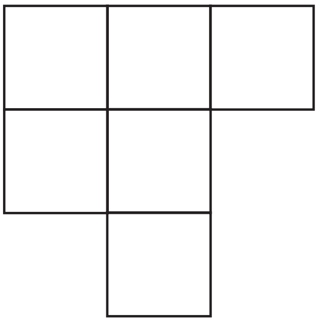
הקיפו את הסרטוטים שמהם אפשר לבנות קובייה על–ידי קיפול.

שימו לב: לריבועים סמוכים יש צלעות משותפות. הקיפול ייעשה רק במקום של הצלעות המשותפות.

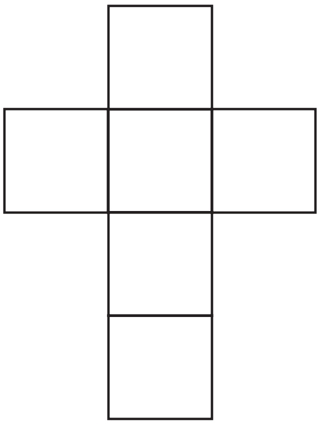
א׳



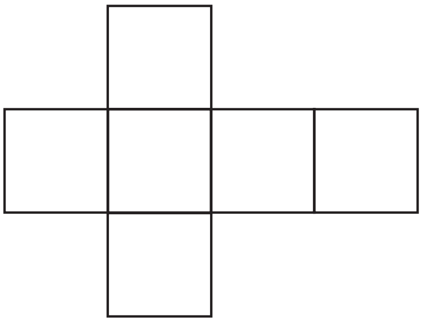
ב׳



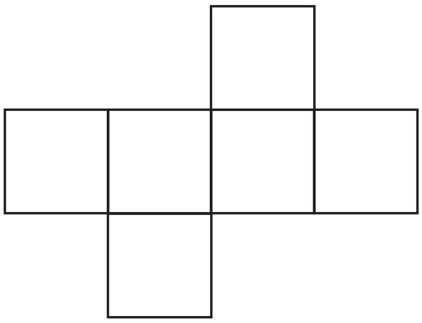
ג׳



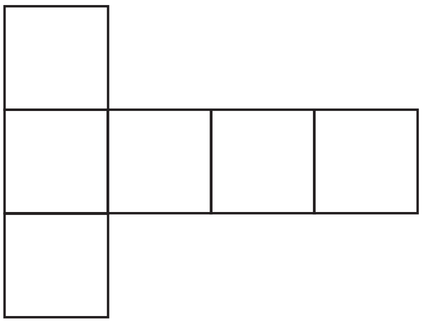
ד׳



ה׳



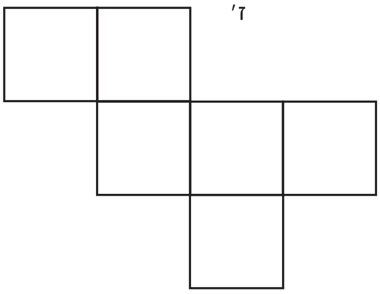
ו׳



כדי לקבל פריסה של קובייה עלינו לסדר 6 ריבועים כך שקיפולם בצלעותיהם המשותפות ייצור קובייה.

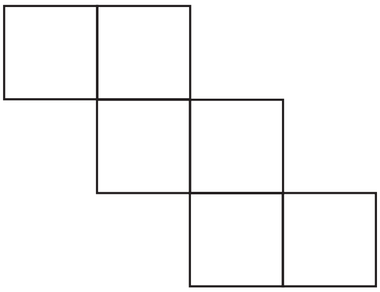
1. ענו על השאלה הבאה בלי לבצע את הקיפולים.
האם צורה ז׳ יכולה להיות פריסה של קובייה?
דמיינו את הקיפולים וענו על השאלה.
כן

ז׳



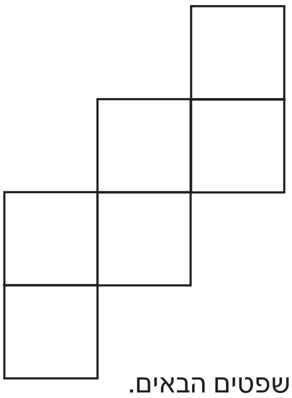
העתיקו את הפריסה על נייר, גזרו אותה וקפלו אותה במקומות המתאימים.
בְּדְקוּ אם זו אכן פריסה של קובייה.

ח׳



2. האם צורה ח׳ יכולה להיות פריסה של קובייה?
כן

ט׳



3. האם צורה ט׳ יכולה להיות פריסה של קובייה?
כן

4. מה הקשר בין צורה ח׳ לצורה ט׳?
אלו שתי פריסות זהות, אך כיוונן שונה.

קחו תיבה שאינה קובייה, ציירו את הפריסה שלה והשלימו את המשפטים הבאים.
קובייה היא תיבה משוכללת. הפריסה שלה מורכבת משישה ריבועים זהים.
הפריסה של תיבה שאינה קובייה מורכבת מ6 דפנות.
לפעמים היא מורכבת ממלבנים ומריבועים.

106

פרק 11 – שטח פנים של קובייה ושל תיבה שאינה קובייה

הערה כללית

שטח הפנים הוא המשך ישיר של הפרק הקודם העוסק בפריסת קובייה, לכן על התלמידים לשמור את הפריסות שהכינו בשיעור הקודם כדי לחשב את שטחן.

מטרות הפרק

- חישוב שטח פנים של תיבה וקובייה;
- הבחנה בין נפח לשטח פנים;
- חישוב נפח ושטח פנים של תיבה כשנתונים ממדי התיבה;
- הבחנה בין יחידות שטח ויחידות נפח;
- הבחנה בין שטח פנים לבין מעטפת;
- חישוב על סמך נתונים המצויינים בסרטוט;
- חישוב על סמך נתונים מספריים ללא סרטוט;
- הצבעה על הצורך בחישוב שטח פנים;
- הבחנה בין שטח פנים למעטפת.

דוגמה למערך על שטח פנים של תיבה

מ: לפניכם הפריסות של הקוביות שלכם. תמי, אם היינו רוצים לדעת מה השטח של הפריסה שלך, איך היינו מחשבים זאת?

ת: [תמי] הייתי מחשבת שטח של ריבוע אחד ואחר כך כופלת אותו ב–6, כי יש שישה ריבועים כאלה.

מ: יפה. איך את מחשבת את שטח הריבוע האחד?

ת: כל צלע של הריבוע שלי אורכה 5 ס"מ. שטח ריבוע אחד הוא 5 בריבוע, שהם 25 סמ"ר. שטח של שישה ריבועים כאלה הוא 150 סמ"ר. זהו שטח הפריסה של הקובייה שלי.

מ: יפה מאוד. איך נרשום את החישוב באמצעות סדר הפעולות?

ת: $150 = 6 \times 5^2$ קודם מעלים בחזקה, אחר כך כופלים את התוצאה ב–6.

מ: נניח שלכל אחד מכם יש פריסה של קובייה שלו. לכל אחד מכם יש בית מלאכה שמספק אריזות קרטון למפעלים. כל אחד מכם קיבל הזמנה ל–10,000 אריזות כאלה. חשבו לכמה קרטון אתם נזקקים?

ת: [יואב] הצלע של הקובייה שלי 8 ס"מ. שטח כל הפריסה שלי הוא 384 סמ"ר. אני כותב את התרגיל כך: 384 סמ"ר = 64 סמ"ר X 6. אם ההזמנה שקיבלתי היא לעשרת אלפים קופסאות כאלה אז אני זקוק ל–3,840,000 סמ"ר כדי לספק את ההזמנה.

מ: תוכל לומר לנו את התשובה במטרים מרובעים?

ת: [יואב] כל מ"ר מכיל בתוכו בדיוק 10,000 סמ"ר. נחלק את 3,840,000 בחילוק להכלה ונמצא שאני זקוק ל–384 מ"ר כדי לספק את הסחורה.

מ: ראינו מדוע צריך לדעת לחשב שטח פנים של קובייה. זו דוגמה אחת למקרה שבו נזדקק לשטח הפנים. מה אני מחזיקה ביד?

ת: קופסת נעליים.

מ: נכון. מה צורתה?

ת: תיבה.

מ: אני רוצה לחשב את שטח הפנים שלה, מה עלי לעשות?

ת: תמדדי את האורך, הרוחב והגובה שלה.

מ: המידות שלה הן 12 ס"מ X 24 ס"מ X 28 ס"מ. מה עכשיו?

ת: [דני] [שגוי] תכפלי 12 ב–24 ב–28.

ת: [מיכל] כך אתה מקבל את הנפח של הקופסה ולא את שטח פניה.

מ: מיכל צדקה. נבין למה. באילו יחידות מידה אנחנו משתמשים כשמודדים נפח?

ת: ביחידות מעוקבות, כמו סנטימטר מעוקב, שהוא קובייה שאורך כל מקצוע שלה הוא ס"מ אחד.

מ: באילו יחידות מידה אנחנו משתמשים למדידת שטח פנים?

ת: היחידות מרובעות, כמו סנטימטר מרובע.

מ: מה ההבדל ביניהם?

ת: יחידות מידה של שטח הן שטוחות, יחידות מידה של נפח הן בעלות נפח.

מ: נכון. יחידות מידה הן תמיד מסוג הדבר שמודדים. למה יגאל חישב, למעשה, את הנפח ולא את שטח הפנים?

ת: כאשר כופלים אורך ברוחב, מקבלים כמה סמ"ר מכסים את הבסיס של התיבה. כאשר כופלים את המספר הזה בגובה מקבלים כמה סמ"ק ממלאים את כל התיבה, זהו הנפח של התיבה. כאשר מחשבים את שטח הפנים של התיבה צריך למצוא כמה סמ"ר עוטפים את התיבה מכל צדדיה.

מ: ניסחת את זה יפה מאוד.

ת: זה מזכיר לי את הקשר בין חישוב שטח של צורה לחישוב ההיקף שלה. כאשר מחשבים את ההיקף מקבלים את אורך הקו שמקיף את הצורה, מקבלים את התשובה ביחידות אורך. כאשר מחשבים את שטח הצורה, מקבלים כמה יחידות ריבועיות ממלאות את פנים הצורה, ואז התשובה היא בסמ"ר.

מ: מעולה.

אני רוצה להתייחס למונח **שטח פָּנִים.**

במונח הזה רומזים: כמו שבהיקף הצורות "מטיילים" לאורך הקו החיצוני, כך בשטח הפנים "מלטפים" את התיבה מכל צדדיה.

יש מונח נוסף שכדאי שנכיר : **מעטפת התיבה**. כאשר מחשבים את שטח הפנים מביאים בחשבון את כל הדפנות של התיבה. אפשר להניח את התיבה על אחת מפיאותיה שנחליט שהיא הבסיס של התיבה, ולחשב רק את שטח הפיאות שמקיפות את התיבה, ללא הבסיס וה"תקרה" של התיבה. זהו חישוב המעטפת.

האם יש הבדל בין תיבה לבין קובייה?

ת: לא. קובייה היא תיבה מיוחדת.

מ: נכון. קובייה היא מקרה פרטי של תיבה. מה מייחד את הקובייה לגבי תיבה?

ת: קובייה היא תיבה שכל מקצועותיה שווים באורכם. זה מזכיר לי את הקשר בין ריבוע למקבילית, ריבוע הוא מקבילית משוכללת. אפשר לומר שקובייה היא תיבה משוכללת.

מ: נפתח את הספר בעמוד 107. מה מלמדים אותנו בעמוד זה?

ת: בתרגיל (1) יש ציור של תיבה. מבקשים שנחשב את הנפח שלה ואת שטח הפנים שלה.

מ: מה ההבדל בין (1) ל-(2)?

ת: בתרגיל (1) נתון ציור של תיבה, בתרגיל (2) נתונה פריסה של תיבה.

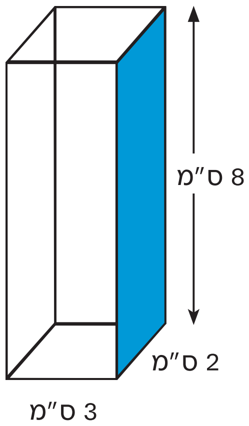
מ: האם מהפריסה אפשר לחשב את שטח הפנים?

ת: כן. מהפריסה אני בונה בדמיון את התיבה ואז אני יודע את ממדיה.

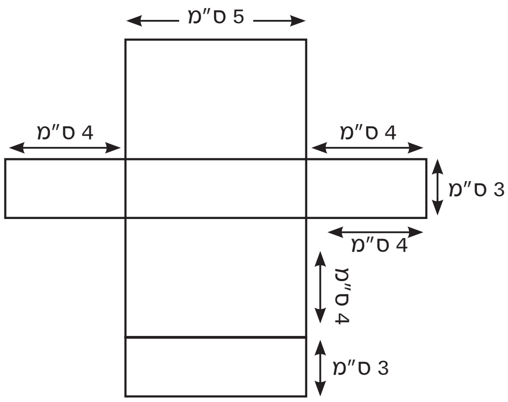
מ: פתרו את עמוד 107.

פרק 11: שטח פנים של קובייה ושל תיבה שאינה קובייה

1. שטח פנים של תיבה
לשטח של פריסה קוראים **שטח פנים**.
חשבו את נפח התיבה שבסרטוט.
חשבו את שטח הפנים של התיבה.
היעזרו במידות התיבה וסרטטו פריסה של תיבה זו.



2. לפניכם פריסה של תיבה. העתיקו אותה על קרטון או בריסטול. קפלו אותה כפי שלמדנו.
הדביקו את פאותיה בעזרת נייר דבק. חשבו את שטח הפנים שלה ואת הנפח שלה.



3. האם בתיבה שאיננה קובייה יכולות להיות פאות ריבועיות? אם כן, כמה?
כן. ייתכן מצב שבו שתי פיאות יהיו ריבועיות. הן יהיו זו מול זו, כלומר, פיאות נגדיות.

מערך – סיכום

מ: מה תרומתם של עמודים 109–108 בספר הלימוד?

ת: רוצים שנדע להבחין בפריסות של תיבה בלי שנקפל את הסרטוט ממש, אלא רק בדמיון שלנו.

מ: למה זה חשוב?

ת: זה מפתח את החשיבה שלנו.

מ: נכון. זה גם מאפשר לנו לאסוף נתונים מסרטוט ולהשתמש בהם לצורכי חישובים.

פתרו את כל פרק 11. זו עבודה עצמית. אם למישהו מכם יש צורך בעזרה, אני אסייע לו.

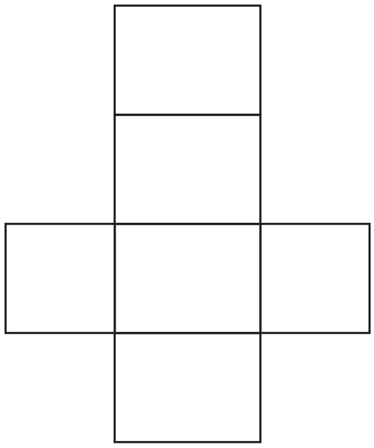
חשוב מאוד שהמורה תעבור מתלמיד לתלמיד ותוודא שהעבודה נעשית כנדרש.

למתעניינים

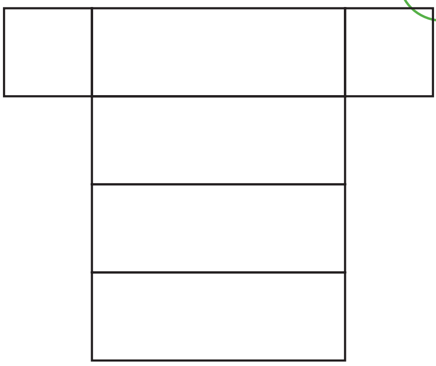
צרפו נתונים מספריים לפריסות בעמודים 109-108 וחשבו את נפח התיבות, את שטח הפנים שלהן ואת המעטפת שלהן.

4. הקיפו בעיגול את הסרטוטים שהם פריסות של תיבה.

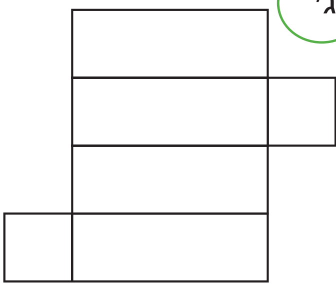
א׳



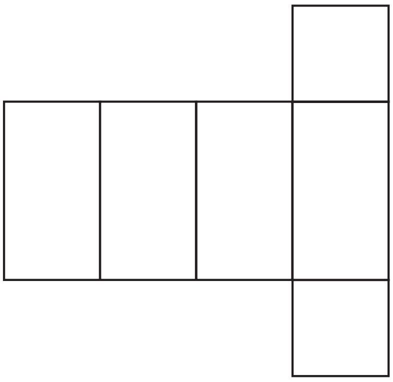
ב׳



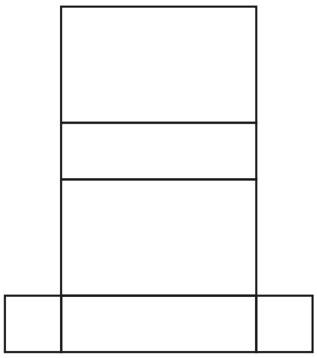
ג׳



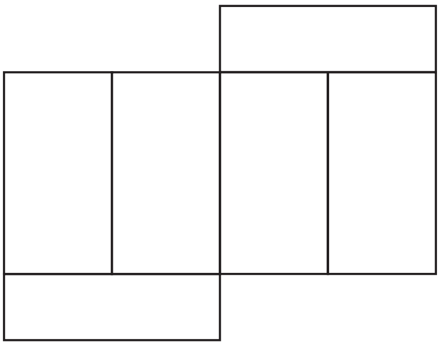
ד׳



ה׳

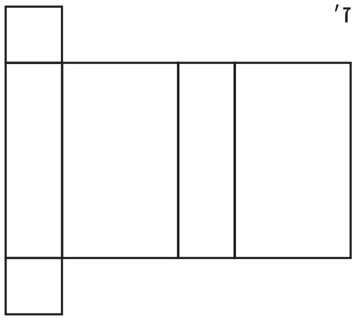


ו׳

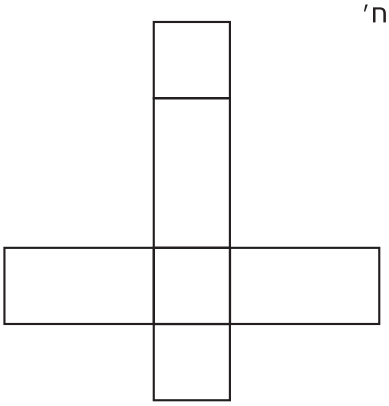


108

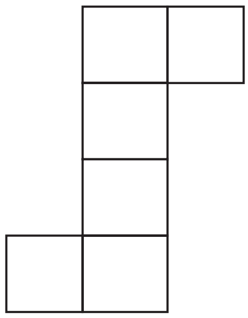
ז'



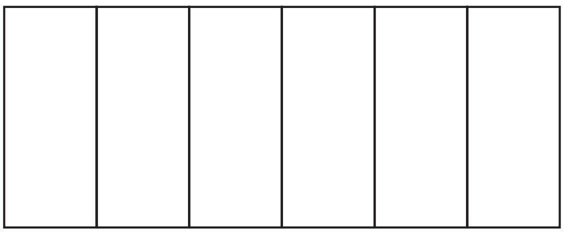
ח'



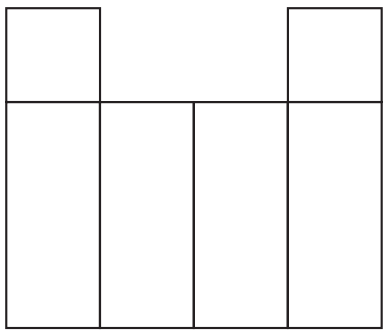
ט'



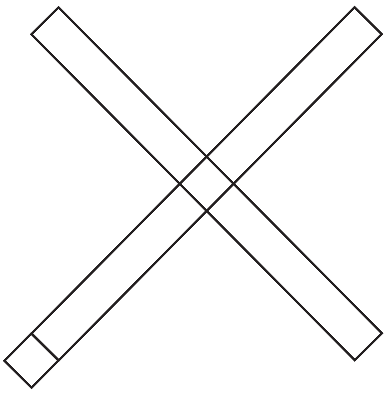
י'



י"א



י"ב



5. חַשְּׁבוּ את שטח הפנים של קופסת נעליים כלשהי.

סיכום

שטח פנים של תיבה הוא סכום השטחים של הפאה הקדמית, הפאה האחורית, שתי הפאות הצדדיות ושני הבסיסים.

לשטח של הפאה הקדמית והאחורית ושתי הפאות הצדדיות נהוג לקרוא: **מעטפת התיבה**.

שטח הפנים של תיבה שווה לשטח המעטפת שלה ועוד שטח שני הבסיסים.

שטח פנים של קובייה

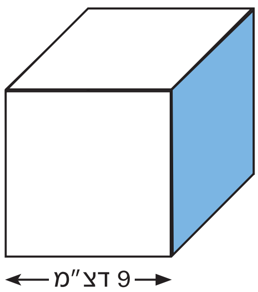
פריסה של קובייה מקיפה את הקובייה מכל צדדיה. שטח הפריסה נקרא שטח פנים של קובייה.

1. חַשְּׁבוּ את שטח הפנים של הקובייה שאורך המקצוע שלה הוא 7 ס"מ.

294 סמ"ר = 7 ס"מ x 7 ס"מ x 6

2. חַשְּׁבוּ את הנפח של קובייה זו. 343 סמ"ק = 7 ס"מ x 7 ס"מ x 7 ס"מ

3. חַשְּׁבוּ את הנפח ואת שטח הפנים של הקובייה הבאה.



נפח: 729 דצמ"ק = 9^3 דצמ"ק = 9 דצ"מ x 9 דצ"מ x 9 דצ"מ

שטח הפנים: 486 דצמ"ר = 9 דצ"מ x 9 דצ"מ x 6

4. מהו הנפח ומהו שטח הפנים של קובייה שאורך המקצוע שלה הוא 3 מ'?

נפח: 27 מ"ק = 3^3 מ"ק = 3 מ' x 3 מ' x 3 מ'

שטח הפנים: 54 מ"ר = 9 מ"ר x 6 = 3^2 מ"ר x 6

5. שטח פאה אחת של קובייה הוא 16 סמ"ר. מהו שטח הפנים של הקובייה ומהו הנפח שלה? שטח

שטח הפנים: 64 סמ"ר = 16 סמ"ר x 6

אורך המקצוע שלה הוא 4 ס"מ.

נפח: 64 סמ"ק = 4 ס"מ x 4 ס"מ x 4 ס"מ

פרק 12 – סרטוט של קובייה ושל תיבה שאינה קובייה

הערה כללית

נושא שטח פנים הוא המשך ישיר של הפרק הקודם העוסק בפריסת קובייה, לכן על התלמידים לשמור את הפריסות שהכינו בשיעור הקודם כדי לחשב את שטחן.

פרק שנים עשר: סרטוט של קובייה ושל תיבה שאינה קובייה

בפרק זה שני חלקים. החלק הראשון עוסק בסרטוט של קובייה ותיבה שאינה קובייה וניתן ללמדו בסמוך לפרק 8. החלק השני מציע בעיות לסיכום החומר הנלמד.

מטרות הפרק

- **ביסוס התפיסה המרחבית של גופים;**
- **פיתוח מיומנות סרטוט תיבה וקובייה;**
- **סיוע למתקשים בראייה מרחבית;**
- **סיכום וחזרה על החומר של הגופים;**
- **חישובי שטח פנים ונפח מנתונים מספריים, ללא סרטוט;**
- **תרגום נתונים מספריים לסרטוט;**
- **בעיות מורכבות;**
- **פתרון בעיות הכוללות חישובים עם דגש על המשמעות המעשית של חישובים כאלה.**

פרק זה תומך בתהליך הלמידה של הפרקים האחרים העוסקים בגופים.
ציור קובייה ותיבה בעמודים 112-111 מאפשר למתקשים להתאמן בסרטוט ובקריאת סרטוט.

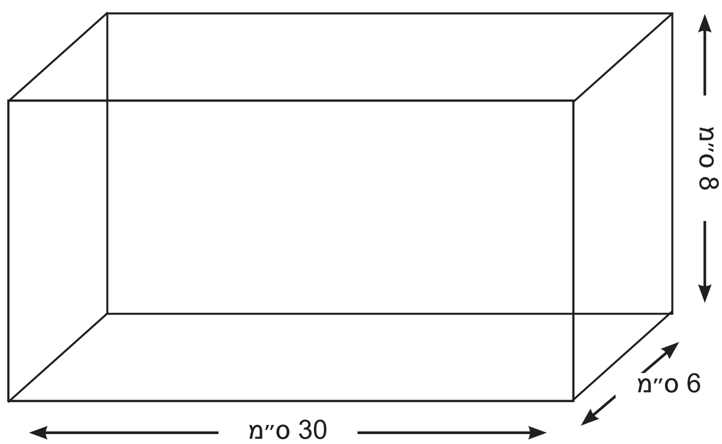
לנוחיות המורים מובאים בזה פתרונות לבעיות.

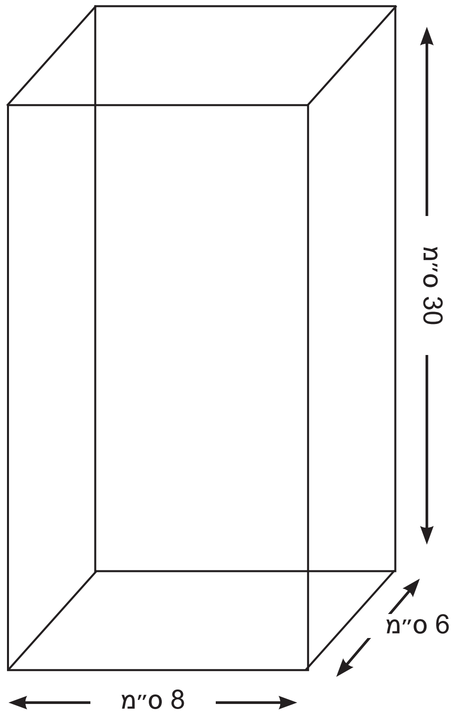
עמוד 112

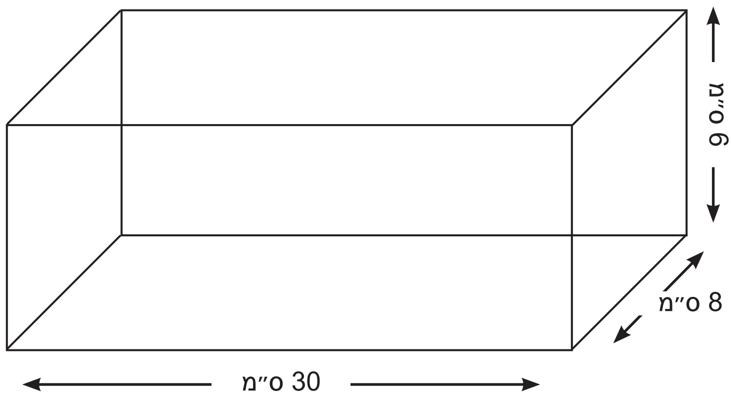
4. א. חישוב שטח הפנים:
שטח שתי דפנות נגדיות
12 סמ״ר = 3 ס״מ x 2 ס״מ x 2
שטח שתי דפנות נגדיות נוספות
42 סמ״ר = 3 ס״מ x 7 ס״מ x 2
שטח שתי הדפנות הנגדיות הנוספות
28 סמ״ר = 2 ס״מ x 7 ס״מ x 2
82 סמ״ר = 28 סמ״ר + 42 סמ״ר + 12 סמ״ר.
ב. חישוב נפח התיבה:
42 סמ״ק = 3 ס״מ x 2 ס״מ x 7 ס״מ

5. כדי לחשב את הנפח ושטח הפנים, יש להפוך את היחידות ליחידות אחידות.
3 דצ״מ = 30 ס״מ
א. חישוב הנפח:
1440 סמ״ק = 30 ס״מ x 8 ס״מ x 6 ס״מ
חישוב שטח הפנים
936 = 30 x 8 x 2 + 30 x 6 x 2 + 8 x 6 x 2
שטח הפנים שווה 936 סמ״ר.
ב. אם נבחר כבסיס את הפאה שמידותיה הן 6 ס״מ על 8 ס״מ.
מידי הפיאות הצדדיות הם 30 ס״מ על 6 ס״מ.
מידי זוג הפיאות הצדדיות האחרות הם 30 ס״מ על 8 ס״מ.
הגובה יהיה 30 ס״מ.

אפשר לבקש מהתלמידים לצייר את התיבה לא לפי קנה מידה מדויק, אבל להיעזר בתרשים.
לבעיה שלושה פתרונות. כל פעם פאה אחרת משמשת כבסיס.







6. צעד ראשון: האחדת היחידות.
נהפוך הכל לסנטימטרים:
2 מ' = 200 ס״מ.
7 דצ״מ = 70 ס״מ
נפח הארגז: 896,000 סמ״ק = 200 ס״מ x 70 ס״מ x 64 ס״מ
בדצמ״ק יש 1,000 סמ״ק. לכן:
896 דצמ״ק = 1,000 : 896,000 סמ״ק
נפח הארגז: 896 דצמ״ק

בחרנו לחשב הכל בסנטימטרים כדי לא לעסוק בשברים.

7. נפח החדר = אורך x הרוחב x הגובה.
נציב את הערכים המספריים ונקבל:
84 = 7 x 3 x רוחב
84 = 21 x רוחב
רוחב = 84:21
רוחב החדר 4 מטרים.

8. חישוב הנפח:
288,000 סמ"ק = 90 ס"מ x 80 ס"מ x 40 ס"מ
288,000 סמ"ק = 288,000 מיליליטר = 288 ליטר.

9. נפח הבריכה (הקיבולת שלה):
528 מ"ק = 22 מ' x 12 מ' x 2 מ'
נפח המים:

$$396 = \frac{528 \times 3}{4}$$

נפח המים הוא 396 מ"ק.
בכל מ"ק יש 1,000 דצמ"ק שהם 1,000 ליטר.
נפח המים שנדרש הוא 396,000 ליטר.

10. שטח הבסיס:
1,600 סמ"ר = 40 ס"מ x 40 ס"מ
נפח העמוד:
480,000 סמ"ק = 300 ס"מ x 1,600 סמ"ר
הנתון של מספר העמודים מיותר

11. נפח החדר: 180 מ"ק = 3 מ' x 6 מ' x 10 מ'
שליש מ-180 מ"ק הם 60 מ"ק.

נשארו $\frac{2}{3}$ מהנפח לאוויר, כלומר, 120 מ"ק.
4 מ"ק = 30 : 120 מ"ק
לכן, לכל תלמיד יש 4 מ"ק אוויר.

12. החישוב "ייעשה לפי נתוני החדר שבו לומדים.

13. 360 מ"ק = 60 מ' x 2 מ' x 3 מ'
360 מ"ק אדמה הוצאו מהתעלה.

14. 312 מ"ק = 8 מטר x 3 מטר x האורך במטרים
312 מ"ק = 24 מ"ר x האורך במטרים

$$\frac{312}{24} = 13$$

אורך הבריכה 13 מטר.

15. האחדת היחידות:

9 דצ"מ = 90 ס"מ (לחישוב הנפח הכולל)

2 דצ"מ = 20 ס"מ (לחישוב נפח כל חבילת מלון)

נפח הארגז:

648,000 סמ"ק = 120 ס"מ x 60 ס"מ x 90 ס"מ

648,000 סמ"ק.

נפח חבילת מלון אחת:

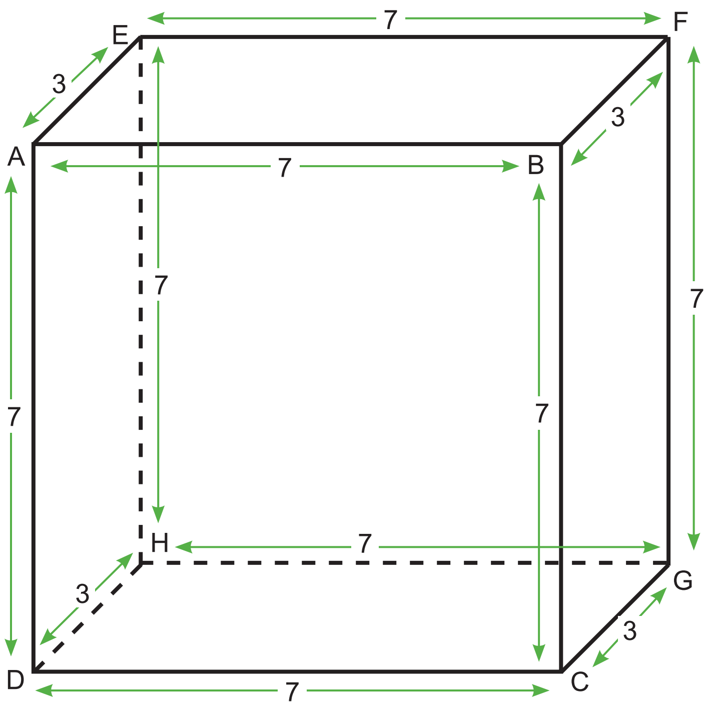
9,000 סמ"ק = 30 ס"מ x 15 ס"מ x 20 ס"מ

מספר חבילות המלון שיתקבל על ידי חילוק להכלה:

648,000 : 9,000 = 72

16. כדי שתיווצר תיבה צריכים זוגות נגדיים של דפנות להיות שווים צריך להיות תיאום של המקצועות זה לזה.

ציור התיבה הוא:



יש שתי פאות נגדיות שמידותיהן 7 ס"מ x 7 ס"מ
$S_{ABCD} = S_{EFGH}$
מלבן א'
מלבן ג'

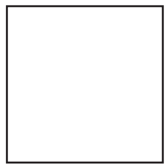
יש שתי פאות נגדיות שמידותיהן 7 ס"מ x 3 ס"מ
$S_{AEFB} = S_{DHGC} = S_{ADEH} = S_{BFGC}$
מלבן ב'
מלבן ד'
מלבן ה'
מלבן ו'

תשובה: אפשר לבנות באמצעות ששת המלבנים הנתונים את התיבה AEFBGCDH.

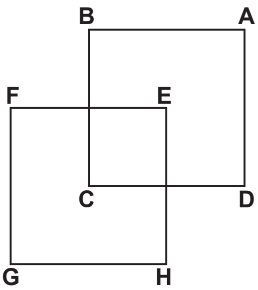
פרק 12: סרטוט של קובייה ושל תיבה שאינה קובייה

נלמד לצייר קובייה

1. ציירו ריבוע.

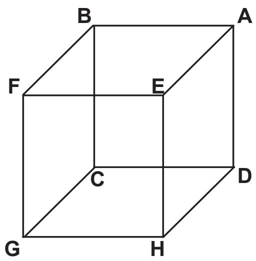


2. ציירו בהזזה ריבוע שני השווה לו.

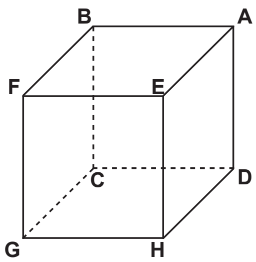


3. סמנו את הקדקודים באותיות לטיניות.
אפשר גם לציין אותן באותיות לטיניות אחרות,
וחברו בקו ישר את AE, FB, GC, HD.

4. הנה הקובייה שציירתם.



כאשר אנו מסתכלים בקובייה אטומה, הפאות הקרובות אלינו מסתירות את הפאות האחוריות.
נקבע שהפאות הנסתרות מאיתנו יהיו ABCD, BFGC, DHGC.
כדי לציין שהן נמצאות מאחור נקווקו אותן.
לפי הציור הזה, הפאה הקדמית של הקובייה היא FGHE.
הפאה הימנית היא AEHD.
הפאה הנסתרת מאחור היא ABCD.
הפאה הנסתרת השמאלית היא BFGC.
הבסיס הוא DHGC, גם הוא נסתר מהעין.
BFEA ייקרא בסיס, כי הוא זהה ל־DHGC.
נקווקו את הפאות הנסתרות.

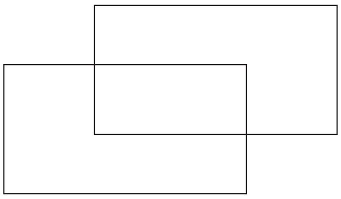


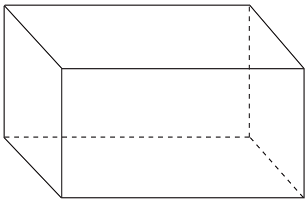
111

נלמד לצייר תיבה

1. סרטטו מלבן כלשהו.

2. סרטטו אותו מלבן בהזזה מהמלבן הראשון.
חברו את קדקודי שני המלבנים כמתואר בציור.
כדי לציין את הפאות האחוריות, קווקוו אותן.





תרגול

1. כתבו במחברת 5 דוגמאות לתיבות מסביבתכם הקרובה.
2. מה צורתה של הרצפה בכיתה? מה שטחה?
3. האם חדר הכיתה הוא בצורת תיבה? נמקו.
4. א. מהו שטח הפנים של תיבה שמידותיה הן: 3 ס"מ × 2 ס"מ × 7 ס"מ?
ב. מהו הנפח של אותה תיבה?
5. מידותיה של תיבה הן: 3 דצ"מ × 8 ס"מ × 6 ס"מ.
א. חשבו את נפחה ואת שטח הפנים שלה.
ב. בחרו את אחת הפאות של אותה תיבה כבסיס. מה יהיה גובה התיבה?
6. מהו נפח ארגז שאורכו 2 מ', רוחבו 7 דצ"מ וגובהו 64 ס"מ?
7. נפחו של חדר הוא 84 מ"ק. אורכו של החדר 7 מ', גובהו 3 מ'. מה רוחב החדר?
8. מילאו במים אקוואריום שמידותיו הן: 90 ס"מ × 80 ס"מ × 40 ס"מ.
כמה ליטרים מים נדרשו כדי למלא אותו?

112

9. אורכה של בריכת שחייה 22 מ', רוחבה 12 מ' ועומקה 2 מ'.
מילאו $\frac{3}{4}$ מהקיבולת שלה. מה נפח המים שזרמו אליה? כִּתבו את התשובה בליטרים ובמ"ק.

10. בכניסה לבניין יש שני עמודי בטון בצורת תיבה שבסיסה ריבוע. גובה כל עמוד הוא 3 מטר ואורך הצלע של הבסיס הוא 40 ס"מ. מכמה סמ"ק של בטון נבנה כל עמוד כזה?

11. בחדר שאורכו 10 מ', רוחבו 6 מ' וגובהו 3 מ' לומדים 30 תלמידים. כמה מ"ק אוויר יש לכל תלמיד אם הנפח של הריהוט ושל התלמידים הנמצאים בחדר הוא כ־$\frac{1}{3}$ מהנפח הכולל של החדר?

12. מהו נפח הכיתה שבה אתם לומדים? כמה תלמידים לומדים בכיתתכם? כמה מ"ק אוויר יש לכל תלמיד? הביאו בחשבון שכל מה שנמצא בתוך החדר, כולל הריהוט, התלמידים והמורה, ממלא כ־$\frac{1}{3}$ מכלל נפח החדר.

13. חפרו תעלה שאורכה 60 מ', רוחבה 2 מטר ועומקה 3 מ'. כמה מ"ק אדמה הוציאו מהתעלה בעת החפירה?

14. נפח בריכה הוא 312 מ"ק, רוחבה 8 מ' ועומקה 3 מ'. מה אורך הבריכה?

15. בארגז שאורכו 120 ס"מ, רוחבו 60 ס"מ וגובהו 9 דצ"מ ארזו חבילות מזון אחידות שצורתן תיבה. ממדיה של חבילת מזון אחת הם 30 ס"מ × 15 ס"מ × 2 דצ"מ. כמה חבילות מזון נכנסו לארגז?

16. שישה תלמידי כיתה ד' קיבלו מלבנים שמידותיהם הם בס"מ:
מלבן א': 7 × 7
מלבן ב': 7 × 3
מלבן ג': 7 × 7
מלבן ד': 3 × 7
מלבן ה': 7 × 3
מלבן ו': 7 × 3
הם התבקשו לבנות מהם תיבה. האם יצליחו?
אם כן, ציירו אותה.
אם לא, נמקו.

17. ציירו ציור צבעוני יפה ככל שתוכלו שיהיה מורכב מתיבות ומצולעים.

