

המתמטיקה כשפה

חשיבותם של מושגים לשוניים בבניית שפה

מאת תלמה גביש

בני אדם משתמשים בשפות שונות לא מילוליות, כמו שפת הגוף, מוסיקה ועוד. השפה המילולית היא זו המאפשרת תקשורת העוסקת ברמת הפשטה גבוהה. הקשר בין השפה המדוברת למתמטיקה הוא תנאי ליכולת לפתור בעיות מילוליות וליצירת תקשורת בין הלומדים לבין עצמם ובין הלומדים למלמדים והוא קובע את מידת ההבנה של החוקיות המתמטית. מטרת המאמר להצביע על הקשר המתבקש בין מינוחים לשוניים להבנה של חוקים מתמטיים, להציג רשימה חלקית של מינוחים הכרחיים ליצירת הבנה מתמטית ולהראות את השלכה של השימוש הקבוע במושגים אלה על טיב ההבנה המתמטית. 'מומחים' בעלי גישה אנטי-אוריינית חושבים שאם נבטל מושגים נוכל ללמד טוב יותר. לדעתם, פחות מושגים יקלו על התלמידים. הם אינם מקבלים את ההנחה שרק אוריינות מתמטית עשוייה לחלץ אותנו ממצבנו הקשה, כפי שבא לידי ביטוי במבדקים הבינלאומיים ובמבחני המיצ"ב. במאמר ימצא הקורא דוגמאות לביטוייה של הגישה הזאת ולנזקה ארוכי הטווח. כל עוד לא תשתנה הגישה הבסיסית האנטי אוריינית לא נחלץ עצמנו ממצבו הקשה של החינוך המתמטי בארץ. המאמר קורא להחזיר את כל המינוחים ההכרחיים לביסוס החשיבה המתמטית לתכנית הלימודים ולספרי הלימוד.

מהי שפה?

שפה היא מערכת אותות וסמלים הכפופים לתחביר והיא משמשת לארגון מידע ולתקשורת. יש שפות טבעיות שאותן רוכשים ילדים רק על ידי היחשפות להן, אלו הלשוניות המדוברות. לעומתן, יש שפות מלאכותיות כגון שפת המחשב, שפות לוגיות, תמרורים וכדומה. את אלה חייבים ללמד. אחת השפות המלאכותיות שחשיפה בלבד אינה מספקת לרכישתה היא שפת המתמטיקה. כדי להבין שפה טבעית או מלאכותית כלשהי צריך להבין את משמעות המילים או הסימנים שלה.

דוגמאות להקניית מושגים מתמטיים וסימנים המייצגים אותם

א. דוגמה מחומר של בית הספר היסודי

הסימן 8 מייצג כמות כלשהי שאינה תלויה בטיב העצמים הנמנים: 8 ילדים, 8 עפרונות, 8 תפוחים, 8 בתים וכו'.
8 מסמל **כמות**, ההבנה שהכמות אינה תלויה בגדלם, בצורתם, בצבעם, בטעמם, בכיוונם או בכל תכונה אחרת של הפריטים הנמנים היא **הבנת מושג הכמות**. הבנה

זו היא התנאי הבסיסי להבנה מתמטית. יש לזכור שהבנת המשמעות של הסמלים הכרחית בכל שלב ושלב לא רק בשלבי הלמידה הראשונים.

ב. דוגמה מחומר שנלמד בעל-יסודי

המתבונן בסימן \int (אינטגרל), חייב להבין שמשמעותו היא הרחבה של מושג הסכום. תנאי הכרחי לשימוש נאות באינטגרלים היא ההבנה הזאת. אפשר ללמד חישוב טכני של אינטגרל, אך ללא ההבנה של מהותו כסכום, לא ניתן להשתמש בו לפתרון בעיות מתמטיות.

מהי אוריינות מתמטית?

המושג "אוריינות" הוטבע כאשר גילו במאה הקודמת שילדים רבים קוראים, אך אינם מבינים את הנקרא. התברר שהקניית טכניקת הקריאה אינה מבטיחה הבנה של החומר הנקרא. אוריינות (LITERACY) היא שילוב של קריאה טכנית, המלווה בהבנת הנקרא וליכולת להסיק מסקנות מהנקרא. פירושה הבנת העניין לעומקו תוך הפנמת היכולת לקלוט משמעויות עומק המצויות בטקסט.

המתמטיקה הינה שפה, המורכבת ממושגים הדורשים הבנה, תחביר המחייב שמירה על כלליו ויכולת של הסקת מסקנות מנתונים.

דוגמאות לתחביר מתמטי

כמו שיש נושא ונשוא בשפה המדוברת, כך יש כופל ונכפל במתמטיקה. יש פועל – מבצע הפעולה, ויש נפעל – מקבל הפעולה.

דוגמה חשבונית לתחביר מתמטי

בחדר היו 6 שולחנות על כל אחד מהם היו 4 כפיות. כמה כפיות היו בחדר בסך הכל? אנחנו נשאלים על מספר הכפיות. 4 כפיות יש בכל קבוצה. בחדר יש 6 קבוצות כאלה, לכן הפתרון הוא:

$$24 \text{ כפיות} = 4 \text{ כפיות} \times 6$$

6 הוא הכופל. איננו רושמים את הכינוי שלו, כי הוא מונה את מספר הקבוצות. אין זה משנה אם הכפיות הן על שולחנות או בשקיות, מה שחשוב הוא מספר הקבוצות. נעתיק אותה בעיה בשנית ונשנה רק את הכינוי של הכופל.

בחדר היו 6 שקיות בכל אחת מהן היו 4 כפיות. כמה כפיות היו בסך הכל? נרשום את התרגיל הפותר:

$$24 \text{ כפיות} = 4 \text{ כפיות} \times 6$$

לא השתנה דבר. העובדה שבמקום שולחנות דיברנו על שקיות אינה משנה את הכינויים ו/או את התרגיל.
נוכל לחדד את ההבחנה בין כופל ונכפל בדוגמה הבאה:
בבגד היו 5 כיסים. בכל כיס היו 3 כפתורים. כמה כפתורים היו בכיסים בסך הכל?
הפתרון:

$$15 \text{ כפתורים} = 3 \text{ כפתורים} \times 5$$

5 הוא הכופל, הוא המונה את מספר הפעמים. הכינוי 'כפתורים' שייך לנכפל ולמכפלה, כי תרגיל הכפל הוא קיצורו של התרגיל:
 $3 \text{ כפתורים} + 3 \text{ כפתורים} + 3 \text{ כפתורים} + 3 \text{ כפתורים} + 3 \text{ כפתורים}$
שבו הכינוי 'כפתורים' הוא שקובע את מה מחפשים ואת טיב הפעולה ומשמעותה.
הנכפל מונה את הכפתורים, הכופל מונה את מספר המחבורים.

דוגמה אלגברית לתחביר מתמטי

כמו שיש כללי כתיב בלשון, כך יש כללי כתיב במתמטיקה, למשל, באלגברה:
9 A , פירושו 9 פעמים A , כלומר, 9 כפול A שפירושו:

$$A + A + A + A + A + A + A + A + A$$

הבנת התחביר האלגברי מאפשרת הבנה של המשמעות.

הראינו שאין די בשליטה במיומנות הטכנית כדי להגיע להבנת הנקרא, אלא נדרשת גם הבנה של הכתוב וגם הבנת המשתמע ממנו, כך גם בשפה המתמטית נדרשת הבנת המשמעות והחוקיות של הידע שנרכש, הפנמתו והיכולת להשתמש בידע הזה במצבים משתנים, זוהי **אוריינות מתמטית**.

אוריינות מתמטית, בניגוד לביצוע טכני של פתרונות חשבוניים, מקשרת את המתמטיקה למציאות. תנאי להפעלתה הוא הבנת העקרונות המתמטיים והיכולת לתרגם שפה מילולית למצבים מתמטיים, ולהיפך, תרגום ביטויים מתמטיים למצבים כלשהם במציאות.

הנטייה של חלק מספרי הלימוד במתמטיקה להפריד בין פתרון תרגילים לבעיות היא דוגמה לגישה אנטי-אוריינית, שאינה מדגישה את הקשר בין הפעולה למשמעותה.

האוריינות המתמטית מחייבת שימוש מדויק בשפת הדיבור המוכרת ללומדים, הגדרת המושגים המתמטיים תוך הבדלתם ממושגים אחרים, שיום פעולות החשבון והיכולת להסביר את תהליכי החשיבה שהובילו לפתרונות השונים.

בניגוד לפתרון טכני של בעיות מתמטיות, מטרת האוריינות המתמטית היא להכשיר אנשים חושבים שיודעים לפתור בעיות מתמטיות מילוליות ואחרות המושג 'אוריינות מתמטית' קשור, אם כן, להבנת הנקרא, לבהירות שפתית, לתובנה מספרית ולחשיבה בכלל, שכן כל תהליך של חשיבה קשור קשר הדוק לשפה, לעושר של מושגים, למבנים תחביריים, לשימוש נכון במילות יחס ועוד. כמו שהשפה המילולית מתארת מצבים כלשהם, כך מציגה המתמטיקה מציאות וקשרים המצויים בה. אוריינות מתמטית היא הבנת הקשרים האלה. אם תלמיד נכשל בפתרון בעיות מילוליות כלשהן, משמע שיש לבחון את כל התהליך הקוגניטיבי שהיה עליו להפעיל ולגלות איזו חוליה מחוליות האוריינות נפגמה

דוגמאות לאוריינות מתמטית הנדרשת בעת ביצוע פעולות אריתמטיות

דוגמה מפעולת החיסור

לחיסור יש שש משמעויות שונות. תלמיד שרכש את הידע ביחס למשמעות אחת בלבד ומקבל בעיה ששייכת למשמעות אחרת ייכשל וייכנס למצב של חרדה, כי הוא יחוש שמהו אינו מובן לו, ועלול לתלות זאת בכישוריו הפגומים ובדימוי העצמי שלו.

כדי שהוא לא יגיע למצב הזה יש להסביר לו את ההבדל בין משמעויות החיסור, לשיים כל משמעות ומשמעות ולתת לו לחבר בעיות חשבוניות לכל משמעות ניקח לדוגמה שתי בעיות שונות שייצגו שתי משמעויות של החיסור:

חיסור של גריעה

היו לי 5 בלונים. 2 מהם התפוצצו. כמה בלונים נשארו לי?
התרגיל: $5 - 2 = 3$ מתאר מצב התחלתי של 5 בלונים ולאחריו מצב חדש שבו שניים מהבלונים נגרעו מהמספר ההתחלתי.

חיסור של הפרדה

היו לי 5 בלונים בשני צבעים: כחול ואדום. מספר הבלונים הכחולים היה 2. כמה בלונים אדומים היו לי?
התרגיל: $5 - 2 = 3$ מתאר מצב התחלתי של 5 בלונים. מצב זה אינו משתנה, אין לאחריו מצב חדש שבו שניים מהבלונים נעלמו. מתרחש בו תהליך של מיון והפרדה בין שני סוגים של בלונים. כלומר, מיון הקבוצה הכוללת לשתי תת-קבוצות. מדובר בתהליך קוגניטיבי שונה מזה שהוצג בחיסור של הגריעה.

ילד שלמד להבחין בין סוגי החיסור, הכיר את שמותיהם, המציא בעיות לסוג אחד ולסוג האחר, יידע לפתור בעיות של חיסור בביטחון ומתוך מודעות לשונות ביניהם.

הבנת האופי של החיסור תאפשר פתרון בעיות ברמות גבוהות יותר.
דוגמה לבעיה של חיסור של הפרדה במספרים גדולים
בספרייה יש 356,897 ספרים. 345,409 מהם בעברית והיתר באנגלית. כמה ספרים
באנגלית יש בספרייה?

דוגמה לבעיה של חיסור של גריעה בשברים
דביר קיבל מיכל חלב שקיבולו 1 ליטר. הוא מזג מתוכו $\frac{2}{5}$ הליטר. כמה חלב נשאר
במיכל?

דוגמה מפעולת החילוק להבהרת מושגים חילוק לחלקים וחילוק להכלה

נתבונן בתרגיל $12 : 3 =$
אפשר לחבר לו סיפורים חשבוניים שונים, שכל אחד מהם מתבסס על משמעות
אחרת של החילוק.

חילוק לחלקים

לילדה היו 12 עוגיות. היא חילקה אותן שווה בשווה בין חברים. כמה עוגיות קיבל
כל חבר?
או כזה:

חילוק להכלה

לילדה היו 12 עוגיות. היא חילקה אותן שווה בשווה בין חבריה. כל חבר קיבל 3
עוגיות. לכמה חברים חילקה את העוגיות?
לפי הגישה האוריינית, מסבירים לתלמידים שיש שתי משמעויות שונות לחילוק
ומשיימים אותן: יש **חילוק לחלקים** ויש **חילוק להכלה**.
מסבירים להם: בחילוק לחלקים מחפשים כמה איברים יש בכל קבוצה, בחילוק
להכלה מחפשים כמה קבוצות **מכיל** השלם.
תלמיד שידוע שלפעולת החילוק, כמו גם לפעולת החיסור, יש מספר משמעויות, יידע
לגשת לפתרון בעיות של חילוק ללא חשש.
שיום הפעולה מסביר גם מה הם הכינויים הנדרשים.
העובדה שלחילוק יש שתי משמעויות שונות לחלוטין, מבלי שנעשתה ההבחנה
ביניהם, עלולה לבלבל את הלומד.
כדי שנבין מה קורה כאשר תלמיד אינו מודע לשתי המשמעויות של החילוק, נתבונן

בתרגיל $12 : \frac{1}{2} =$

הרבה תלמידים מתקשים להבין מדוע פעולת חילוק בשבר פשוט הופכת לפעולת כפל.

כאשר הם נשאלים כמה זה $\frac{1}{2} = 12 :$ הם עונים בטעות 6.

ההסבר המסתמך על חילוק להכלה מאפשר הבנה של הפתרון. אנו מחשבים כמה פעמים $\frac{1}{2}$ יש ב-12. שלם אחד מכיל 2 חצאים, לכן 12 שלמים מכילים 24 חצאים.

אי הבחנה בין חילוק לחלקים וחילוק להכלה עלולה להכשיל את התלמיד דווקא בשלב האלגברה. נשווה לדוגמה שתי בעיות אלגבריות:

בעיה א'

בבית בד הפיקו a ק"ג שמן זית. ארזו אותו במיכלים שקיבול כל אחד מהם היה b ק"ג. בכמה מיכלים נארז השמן?

בעיה ב'

בבית בד הפיקו a ק"ג שמן זית. ארזו אותו ב- b מיכלים. מה משקל השמן בכל מיכל?

הניסיון מראה שברמה האינטואיטיבית רוב התלמידים יודעים שיש לפניהם חילוק (לא תמיד הם יודעים מה לחלק במה).

חלק ניכר מהתלמידים מתקשה בפתרון בעיה א' אפילו ברמה האינטואיטיבית.

אי ההבחנה של מרבית התלמידים נחשפת ברמה של הכינויים, שכן בבעיה א' הכינוי של המנה (התשובה של החילוק) הוא 'מיכלים', כלומר מחלקים ק"ג בק"ג ומקבלים מיכלים, ואילו בבעיה ב' הכינוי של המנה הוא 'ק"ג' והיא מתקבלת על ידי חלוקת הק"ג שווה בשווה לכל מיכל.

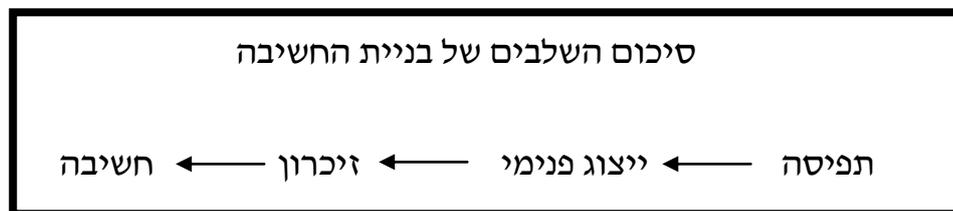
ייצוג פנימי בתהליך הלמידה של מתמטיקה

ייצוג פנימי הוא תהליך מנטלי שבו הגירויים של העולם מ צויים במוחנו באמצעות תחליף לדבר עצמו. לדוגמה, אנו יכולים לראות בעיני רוחנו עצם כלשהו, למרות היותו רחוק מאיתנו. הפעלת המנגנון הזה הוא שמאפשר לנו להגיע להסמלה ולהפשטה.

כשנבנים אצלנו ייצוגים פנימיים של העולם, איננו כבולים להתנסות עם העצמים עצמם, כי אנו מסוגלים לדמיין התנסות כזאת. במקום לעשות דברים בפועל אנו פועלים ובוחנים את הדברים ואת תוצאותיהם במחשבה בלבד.

היכולת לייצוג האובייקטים במוחנו היא המובילה להבנה של המושגים ושל הסמלים המייצגים אותם.

אין חשיבה ללא ייצוגים פנימיים, ואלה נוצרים בראש ובראשונה באמצעות החושים, כלומר, באמצעות התפיסה. הייצוגים הפנימיים הם תנאי הכרחי לזיכרון והזיכרון, המורכב מייצוגים שונים: חזותיים, אקוסטיים וסמנטיים, הוא תנאי הכרחי לחשיבה. לפי זה, יצירת ייצוג פנימי נכון מותנית בתפיסה החושית.



לייצוג הפנימי הנכון תפקיד מכריע בהקניית מושגים בכלל ומושגים מתמטיים בפרט.

אנו מבחינים בין **המושג**, שהוא הדבר עצמו, לבין **המונח**, המייצג אותו.

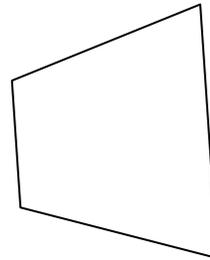
לכל מושג יש **ייצוג פנימי** משלו במוח. בעת הצורך אנו שולפים אותו ומשתמשים בו על כל היבטיו. באמצעות הייצוג הפנימי של המושג נוצר מעין דיאלוג בינינו לבין עצמנו. כדי שהדיאלוג הזה יהיה פורה אנו חייבים לדעת את כל המשמעויות של המושג. ההבנה שכל יש מתמטי הוא מרובה משמעויות מגבשת את התובנה המתמטית, ומאפשרת את הפעלתו של אותו דיאלוג פנימי.

לאור זאת, בנייה נכונה של עולם המושגים היא תנאי לחשיבה בהירה ולתקשורת תקינה המושתתת על הלשון המדוברת, שהיא אמצעי התקשורת היומיומית שבאמצעותו נקלט ההסבר של משמעות המושג.

המושגים מאפשרים קליטה נוחה למוח, כי מונח אחד בעל משמעות הופך ליחידת מידע מלוכדת (BYTE) המאפשרת פיתוח הרעיונות הבנויים עליו. קל למוחנו לקלוט יחידת מידע אחת שמאפשרת לצעוד אל שלב חשיבה גבוה יותר.

נבחן את הקניית המושג 'טרפז' לאור השלבים האלה

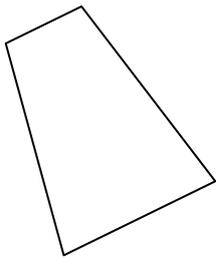
שלב התפיסה



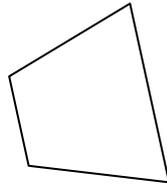
אנו רואים צורה

יצירת הייצוג הפנימי

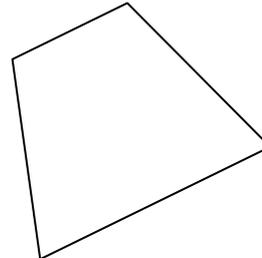
אנחנו מזהים אותה גם אם היא משנה כיוון, גודל ומימדים.



שינוי מימדים



שינוי גודל



שינוי כיוון

כל אלה הם **טרפזים** למרות השוני ביניהם, כמו שכל השולחנות הם שולחנות, למרות השוני ביניהם.

בשלב זה התהליך של רכישת המושג המתמטי דומה לזה של רכישת השפה המדוברת. יש לנו ייצוג פנימי של טרפז.

אנחנו משיימים את הצורה של הטרפז שקלטנו בחושינו. בשונה משפת הדיבור, שבה נרכשים המושגים תוך מגע טבעי עם העצמים, עלינו ליצור את השפה הפורמלית, המתמטית, על ידי ההגדרה של הצורה.

שלב ההגדרה

טרפז הוא מרובע שֶׁרָק שתיים מצלעותיו מקבילות זו לזו. ההגדרה הזאת מבדילה את הטרפז ממרובעים אחרים, למשל ממקבילית שבה שני הזוגות של הצלעות הנגדיות מקבילות, אבל גם מדלתון.

לאחר שנוצר הייצוג הפנימי הוויזואלי של הטרפז יבוא שלב ההסמלה.
הסמל מאפשר לנו התייחסות לאובייקט המתמטי באמצעות סימנים מוסכמים.

שלב הכרת התכונות ושימוש בסמלים מתמטיים

האותיות ושאר הסמלים שאנו משתמשים בהם באים במקום הדבר עצמו. הם מייצגים את חלקי הצורה ומאפשרים רישום היחסים ביניהם. לדוגמה, אותיות לטיניות גדולות מייצגות נקודות.

לטרפז שלפנינו 4 קדקודים: D, C, B, A .

יש לו 4 צלעות: AD, CD, BC, BA .

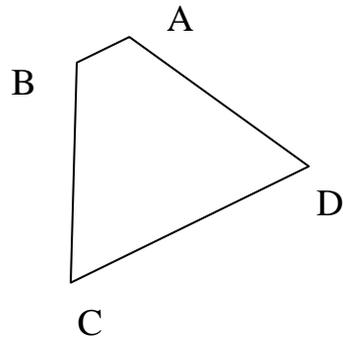
יש לו בסיס גדול CD , בסיס קטן AB , ושתי שוקיים: CB, AD .

אורך הבסיסים שונה: $CD \neq BA$

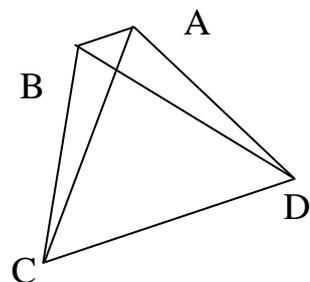
השוקיים יכולות להיות שוות ואז: $BC = AD$, הן יכולות להיות שונות ואז

$BC \neq AD$

לטרפז יש 4 זוויות: $\sphericalangle D, \sphericalangle C, \sphericalangle B, \sphericalangle A$.

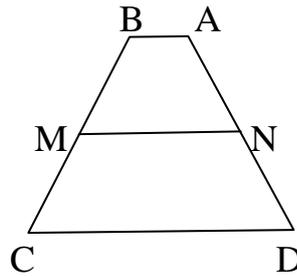


יש לו שני אלכסונים.



שני האלכסונים הם BD, CA

יש לו קטע אמצעים, שהוא הקטע המחבר את אמצעי השוקיים.



נרשום זאת כך :

$$MB = CM, ND = AN$$

הגישה האנטי-אוריינית למתמטיקה מנתקת את הגדרת הטרפז מהתפיסה ומגדירה את הטרפז כמרובע בעל זוג צלעות מקבילות, מבלי לציין שרק זוג אחד של צלעות מקביל.

לפי הגישה האנטי-אוריינית הזאת המקבילית היא מקרה פרטי של הטרפז. אין זה מתיישב עם הייחודיות של הטרפז, כפי שהוא נתפס בחושנו. הניתוק של הגיאומטריה מהתפיסה החושית מרחיק את הלומד מהגיאומטריה ומהעולם הסובב אותו ופוגע בייצוג הפנימי הנכון של המושג. מאחר שהגיאומטריה מתבססת בראש ובראשונה על זיהוי צורות ורק אחר כך על ניתוח תכונותיהם, הרי שבירת הקשר ההדוק בין התפיסה החושית לבין החוקיות הגיאומטרית מעוררת חרדת מתמטיקה. המנגנון המאפשר הבנייה של החשיבה נפגע.

שלב המסקנות

סכום שתי זוויות סמוכות שאינן על אותו בסיס הוא 180 מעלות, כי הן זוויות חד צדדיות פנימיות בין מקבילים.

$$180^\circ = \sphericalangle B + \sphericalangle C \text{ : בטרפז שבסרטוט}$$

$$180^\circ = \sphericalangle A + \sphericalangle D$$

מיון הטרפזים הוא חלק מתהליך ההבנה של החוקיות המתמטית לטרפזים שונים יש שמות שונים.

טרפז ישר-זווית

לטרפז ישר זווית יש שתי זוויות ישרות. במקבילית, לעומת זאת, אם זווית אחת ישרה הרי כל 4 הזוויות ישרות וזהו המקרה הפרטי של מקבילית ישרת זווית, כלומר, מלבן. לפי הגישה האנטי אוריינית עלינו לבטל את המינוח 'טרפז ישר זווית' ואת המסקנות הנובעות ממנו.

טרפז שווה-שוקיים

בטרפז שווה-שוקיים רק שתיים מהצלעות שוות זו לזו, בעוד שבמקבילית לא ייתכן מצב כזה, כי שני הזוגות של הצלעות הנגדיות שלה שוות זו לזו. אם כל צלעותיו שוות זו לזו הרי זה כבר מעוין, כלומר, מקרה פרטי של מקבילית.

ביטול ההגדרה המדויקת של טרפז מנתק את הקשר בין התפיסה, המבחינה בעובדה שיש שוני בין מקבילית לטרפז. גגיעה בקשר: תפיסה – המשגה – מסקנה, מחבלת עמוקות בחינוך המתמטי ופוגעת קשה במיוחד בגיאומטרייה. הילד רואה בבירור שטרפז שונה ממקבילית. הגדרה שמוחקת את ההבדל הזה יוצרת בלבול, מובילה לחרדת מתמטיקה וגוררת אי הבנה של המסקנות.

דוגמה חשבונית לבניית מושג ויצירת ייצוג פנימי של אותו מושג במוחנו

נתבונן במשמעויות של השבר הפשוט.

לשבר אמיתי יש 3 משמעויות:

לדוגמה נתבונן בשבר $5/6$.

משמעות א':

יש שלם.

חילקנו אותו ל – 6 חלקים שווים.

כל חלק הוא שישית.

נטלנו 5 חלקים כאלה.

נטלנו חמש שישיות.

בעיה מתאימה:

בקופסת ממתקים יש 60 סוכריות.

5 שישיות מהן חמוצות.

כמה סוכריות חמוצות בקופסה?

הפתרון:

60 זה השלם.

ערכה של שישית מחושב על ידי חלוקת השלם ב-6. שישית מכלל הסוכריות הן 10 סוכריות.

ערכן של 5 שישיות הוא $5 \times 10 = 50$

בקופסה יש 50 סוכריות חמוצות.

משמעות ב' :

חילוק מספר במספר גדול ממנו.

היו 5 שלמים.

חילקנו אותם ל-6 חלקים שווים.

כל חלק הוא 6 : $5/6 =$ (חמש לחלק ל-6 השווה לחמש שישיות)

בעיה מתאימה:

6 ילדים קנו 5 עוגות וחילקו אותן שווה בשווה. כמה קיבל כל ילד?

הפתרון:

נחלק 5 ל-6 ונקבל $5/6$.

כל ילד יקבל 5 שישיות של עוגה.

משמעות ג' :

השבר כיחס

מבטאים יחס מתמטי כמנה, לכן הוא מבוטא כשבר.

יש יחס בין מספר הפריטים של קבוצה לבין מספר הפריטים של תת-הקבוצה.

בעיה מתאימה:

בקבוצת מטיילים משתתפים 6 חברים. 5 מהם הן בנות. איזה חלק מהוות הבנות מכלל הקבוצה?

הפתרון:

היו בשלם 6 פריטים (מטיילים).

כל פריט כזה הוא שישית מהקבוצה כולה.

5 פריטים הם 5 שישיות, כלומר, 5 פריטים מתוך 6 פריטים.

הבנות מהוות $5/6$ מכלל הקבוצה.

משמע, שהיחס בין מספר הבנות לבין מספר חברי הקבוצה הוא $5 : 6 = \frac{5}{6}$.

יש גם יחס בין מספר הפריטים של קבוצה אחת לעומת מספרם בקבוצה אחרת.

בעיה מתאימה:

על כל 18 כלניות אדומות יש בשדה 12 פרחים לבנים. מה היחס בין הפרחים הלבנים לכלניות

האדומות?

הפיתרון:

היחס הוא $18 : 12 = 3 : 2$

כלומר, על כל 2 פרחים לבנים יש בשדה 3 כלניות אדומות.

לנושא היחס יש הסתעפויות נוספות, שלא כאן המקום לפרטן.

ההבנה של שלוש המשמעויות האלה (מונה ומכנה, מנה, יחס) סוללת את הדרך להבנת השברים הפשוטים ולפתרון בעיות מילוליות מגוונות הקשורות לשברים. המודעות למשמעויות שונות של תופעות מתמטיות מעשירה את החשיבה.

הדידקטיקה המתחייבת מהגישה האוריינית למתמטיקה

חינוך לאוריינות מתמטית מחייב השתתפות פעילה של הלומד בתהליך הלמידה המתבטא בכך שהלומד ממציא בעצמו בעיות. אם הלומד יודע שלתרגיל $5 = 15$ הוא יכול להמציא בעיה של חילוק לחלקים או בעיה של חילוק להכלה ושרישום הכינויים המתאימים הוא חלק מתהליך הלמידה הוא מבין טוב יותר גם את החשיבות של היחידות.

כאשר תלמיד מתבקש להמציא בעיה שתתאים לתרגיל $5 = 15$ הוא יכול להציע בעיה של חילוק לחלקים. בסוג זה של בעיות הכינויים של המחולק והמחלק שונים זה מזה. כמו:
היו לי 15 עפרונות בקלמר. חילקתי אותם שווה בשווה ל-5 מחברי. כמה קיבל כל אחד מהם?
התשובה:

3 עפרונות לחבר = 5 חברים : 15 עפרונות

הוא גם יכול להציע בעיה של חילוק להכלה. בסוג זה של בעיות הכינויים של המחולק והמחלק שווים (אם נתעלם זמנית מהכינוי 'עפרונות לחבר' ונאמר שהכינוי הוא 'עפרונות'), כמו:

היו לי 15 עפרונות בקלמר. חילקתי אותם שווה בשווה בין חברי. כל חבר קיבל 5 עפרונות. לכמה חברים חילקתי את העפרונות?
התשובה:

3 חברים = 5 עפרונות לחבר : 15 עפרונות

יחידות המידה הן כינויים, ולכן הן חלק אורגני של הפתרון. ההבחנה בין סוגי החילוק ממקדת את תשומת הלב ביחידות. ההיכרות עם השמות 'חילוק לחלקים' ו'חילוק להכלה' מסייעת גם לתקשורת בין המלמד ללומד. המורה יכול להציג תרגיל ולבקש שהתלמיד ימציא לו בעיה של חילוק לחלקים, או של חילוק להכלה. כך נוצר שיתוף הדוק בין המלמד ללומד המחזק את הרגשת המסוגלות של הלומד.

הגישה האוריינית רואה בשימוש קבוע במושגים מתמטיים תנאי הכרחי להבחנה בין תופעות שונות ולהבנה מתמטית.

בחינת התכנית הממלכתית ויחסה לאוריינות מתמטית

לפי גישות אנטי אורייניות להוראת מתמטיקה, יש ללמד את המקצוע בלי לומר ללומדים את שמות הפעולות, המושגים, ואף לבטל מושגים קיימים שבמרבית העולם התרבותי משמשים לבניית ההבנה המתמטית. סקירה של התכנית הממלכתית שפורסמה על ידי משרד החינוך ב-2006 תעלה רשימה של מושגים שנכחדו ממנה. היו מושגים שנכתב בתכנית הממלכתית שאין צורך ללמדם, והיו מושגים שכותבי ספרי הלימוד נדרשו לא להשתמש בהם, אף על פי שעצם הקנייתם תורמת להעלאת רמת ההבנה ומעלה את רף האוריינות.

הציטוטים מאותה תכנית רשומים בפונט אריאל. כל ההדגשים בציטוטים הם במקור.

כיתה א'

בתכנית הממלכתית לכיתה א' רשום:

"בשלב זה אין צורך לתת שמות לחוקים – חוק החילוף, חוק הקיבוץ וכו'..."
(כיתה א' עמ' 20).

"שאלות של פעולה אחת בחיבור או בחיסור, מן הסוגים: איסוף, הוספה, הפחתה, עודף (בקנייה). התלמידים אינם אמורים להכיר מונחים אלו אך חשוב להציג להם שאלות מכל הסוגים."
(כיתה א' עמ' 23).

"התלמידים אינם אמורים להכיר את המונחים **חילוק להכלה וחילוק לחלקים** אך חשוב להציג להם שאלות משני הסוגים."
(כיתה א' עמ' 25).

נבדוק מושג מושג לגופו ואת תרומתו להבנה המתמטית.

חוק החילוף:

השם עצמו מרמז על חילופי המקום.

בעת הלימוד של תרגיל כמו:

$$5 + 3 = 3 + 5$$

התלמידים מתבקשים להציע בעצמם שם לתופעה. הם לומדים לתמוך בחשיבה המתמטית בעזרת מינוחים עבריים ולתמוך בהבנה הלשונית לתיאור תופעות מתמטיות.

במרבית המקרים הילדים בעצמם מציעים את השם לחוק. הם מציעים: "החלפת מקום". המורה מסב את תשומת ליבם למילה 'חילוף', האומרת שיש כאן החלפת מקום. הילדים לומדים להפיק מהשורש הלשוני את המשמעות, ומהתופעה את המינוח.

חוק הקיבוץ:

התלמידים יכולים להציע את השם: 'איסוף', 'ביחד'. המורה יציע 'קיבוץ'. ויקשר לשדה סמנטי רחב יותר: 'קיבוץ נדבות', 'קבוצה', 'קיבוץ' (מקום שהתקבצו אליו אנשים), ועוד.

כאשר לומדים את ההמרה בפעולת החיבור, כמו בתרגיל $7 + 35$, התלמיד מחבר 7 אחדות עם 5 אחדות ומקבל 12 אחדות, ש - 2 מהן כותבים במקום של ספרת האחדות ו- 10 אחדות מקובצות לעשרת שלמה, מדברים על קיבוץ האחדות לעשרות. התלמיד יכול להיעזר בשדה הסמנטי להעמקת ההבנה של המשמעות של הפעולה.

קשה להבין כיצד פועל משרד החינוך. מצד אחד משרד החינוך מרים את נס "החינוך לחשיבה" ומהצד השני אין פיתוח חשיבה ללא שפה מדויקת ושליטה במינוחים. חשיבה מסדר גבוה תיתכן רק על ידי בנייה של שפה מסדר גבוה. שני המונחים האלה: החילוף והקיבוץ, מקשרים בין המתמטיקה- השפה- והמציאות ויוצרים שדה סמנטי הבונה את האוריינות המתמטית.

חיבור וחיסור

'איסוף', כמוהו כ'קיבוץ' הוא מושג שמתאר פעולה מוכרת לילדים. (לאסוף את המחברות, וכו') הבנת המושג 'איסוף' מקלה על הבנת החיסור של הפרדה. אם אוספים אפשר גם להפריד. זהו הבסיס להבנת המבנה של המספר, אם אוספים 10 אחדות בודדות ומקבצים אותן לעשרת, אפשר בשעת צורך גם לפרוט את העשרת הזאת. המפתח להבנת התהליך מצוי בשפה המדוברת. 'הוספה', 'הפחתה' אלו שמות הפעולות המבוצעות. שימוש במילים אלה יחזק את המשמעות של הפעולות האריתמטיות.

'עודף' היא מילה שהילדים שומעים לעיתים קרובות. שימוש במילה זו מחזק את ההבנה של התופעה וגם את ההבנה הלשונית.

ההערה שאומרת שהילדים אינם אמורים להכיר את המילים האלה רומזת לכך שאין גם צורך להקנותם או להשתמש בהן, וזו בדיוק הדרך למנוע מהילדים גישה לפתרון בעיות.

חילוק לחלקים וחילוק להכלה

אין דבר שמבלבל יותר מפעולה אחת שיש לה משמעויות שונות. ילד יודע ש – 10 לחלק ל – 2 שווה 5. מה שמבלבל אותו זו העובדה שפעם ה – 5 הוא מספר הפריטים ופעם הוא מספר הקבוצות.

אי ההבחנה בין שתי המשמעויות של החילוק מונעת מהלומד את ההבנה של בעיות מתמטיות ופוגעת בשימוש המדויק בכינויים. מי שפותר מבלי שהיקנו לו את ההבחנה בין משמעויות הפעולה חש בבלבול שעלול להוביל לחרדה מפני המתמטיקה: מצד אחד הבעיות הן אותו דבר ומצד שני הן לא אותו דבר. עצם המודעות לאפשרות שאותו תרגיל של חילוק הוא הפתרון למצבים שונים פותחת את הדרך לאוריינות מתמטית. שיום הפעולה הכרחי לשיח המתנהל בין התלמיד לבין המורה ויתר הילדים בכיתה.

התלמיד נעזר, אף כי לא תמיד במודע, בשמות 'חילוק לחלקים' ו'חילוק להכלה', כי עצם השמות מצביעים על דרך החשיבה.

חילוק לחלקים מרמז על **שלם** כלשהו שמחולק למספר חלקים, חילוק להכלה מרמז על יחסי הכלה: כמה פעמים מכיל השלם את הקבוצות שוות הגודל.

המינוחים מסייעים להבנת אופיין של הפעולות.

גם על הגיאומטרייה לא פסחה הגישה האנטי אוריינית.

להלן הערות לגבי הזזה ושיקוף:

"חקירת דגמים שנוצרו על ידי הזזות שונות:

פעילויות אלה יכוונו לגילוי תכונות ההזזה על ידי הסתכלות, אך ללא ניסוח פורמלי."

אח"כ מופיעה רשימת התכונות ולאחריה:

"נדגיש שאין הכוונה להביא את התלמידים לניסוח התכונות."

(ההערה הזו נמצאת בעמ' 29 ביחס להזזה, וגם בעמ' 31 ביחס לשיקוף).

לא ברור למה מצפים מהילד, שיפעל ולא יאמר: " הכיוון אותו כיוון, הגודל אותו גודל" וכו'?

האם נמנע ממנו את השימוש במושגי-על בסיסיים כמו: צורה, גודל, כיוון?

כיתה ב'

הגישה שטוענת שאין לומר לילדים את המינוחים בולטת גם בתכנית הממלכתית לכיתה ב', כפי שמראים הציטוטים הבאים:

"המונח **שאלות איסוף** ומונחים דומים לו אינם מיועדים לתלמידים."
(עמ' 40)

"הילדים בגיל זה מתקשים לעמוד על הבדלי המשמעות של החילוק, ואין לדרוש מהם הבחנה זו. עם זאת יש לדאוג להציג בפניהם בעיות מילוליות משני הסוגים."
(עמ' 42).

"למעשה, התלמידים גם ישתמשו בחוק הפילוג, מבלי לציין זאת, להכפלת מספר דו-ספרתי בחד-ספרתי."
(עמ' 43).

מעוררת תמיהה העובדה שברשימת המונחים שיש להקנות (עמוד 52 בתכנית הלימודים) **לא** מופיעים המושגים: סכום, הפרש, מחוברים, מחסר, מחוסר, כופל, נכפל, מכפלה, מנה, מחולק, מחלק. גם מושגים בסיסיים כמו: הבחנה בין 'אחדות' שהם ONES, כלומר, אחד, אחד וכו', המרכיבים את המספר הטבעי, לבין 'יחידות' UNITS שהן ארגון של מספר אחדות על ידי הקבצה של אחדות, כמו 'עשרת' או 'מטר', נעדרים מרשימת המושגים שיש להקנות בכיתה זו. האם הילדים אמורים להבין את המבנה העשרוני ללא המושגים הנדרשים לביסוס ההבנה? הכיצד?

כיתה ג'

גם בכיתה ג' בולטת הנטייה האנטי אוריינית, כפי שניכר מהציטוטים הבאים:
"בעיות החילוק יכללו **חילוק לחלקים וחילוק להכלה**. המונחים **חילוק לחלקים וחילוק להכלה** אינם נדרשים."
(עמ' 65).

"- מרובעים

- היכרות עם: ריבוע, מלבן, מקבילית, מעוין, טרפז, דלתון (בלי להדגיש את זכירת השמות);"
(עמ' 70).

חילוק לחלקים וחילוק להכלה

לפי ההנחיות שבתכנית הממלכתית, גם בכיתה ג' הילדים יפתרו בעיות משני סוגי החילוק, מבלי שיוקנה להם שם שיסייע להבחנה ביניהם. ברשימת המונחים שבעמוד 74 בתכנית הלימודים מופיעים המושגים: גורמים, מכפלה, כפולה, חצי, רבע, שלישי, שמינית, שלם. לא מופיעים המונחים:

סכום, הפרש, מחובר, מחסר, מחוסר, כופל, נכפל, מנה, מחולק, מחלק. כופל ונכפל

ההבחנה בין 'כופל', שהוא המונה של מספר הקבוצות, לבין 'נכפל', שהוא מספר האיברים בקבוצה, היא המפתח לפתרון בעיות רבות. השימוש הבלעדי ב'גורמים' מטשטש את ההבחנה הזאת ופוגע גם בהבנת הכינויים. 'גורמים' הוא מושג שנוח לשימוש כאשר מפעילים את חוק החילוף של הכפל בעת פתרון תרגיל ומתעלמים ממשמעות הבעיה שהובילה לתרגיל, או כאשר פותרים תרגילי כפל לצורך פיתוח מיומנות ללא קשר לבעיה כלשהי.

מינוחים הנדסיים

אם התהליך של תרגום הצורות לשפה המדוברת אינו מתרחש בעת הוראת המתמטיקה, אין כל צידוק לטפל בצורות גיאומטריות. רק לאחר שהמושגים מתקשרים לישויות ההנדסיות אפשר לבנות את השלב הפורמלי האלגוריתמי, שבו הגיאומטרייה משמשת לבניית מבנה הגיוני-שיטתי כמו שהראינו לעיל.

כיתה ד'

הכרת המונחים: מונה, מכנה, קו שבר, מספר מעורב (עמ' 76).

"בעזרת אותם אמצעי המחשה אפשר ללמוד גם על שברים גדולים מ-1 כאלה שהמונה בהם גדול מהמכנה, שווים ל-1 או לשלם אחר וגם על מספרים מעורבים."

בהסברים למורים משתמשים ב'מחולק', 'מחלק', 'מנה'. (עמ' 84)

המושגים האלה אינם כלולים בתכנית הלימודים. עצם הצורך להשתמש במונחים האלה לצורכי תקשורת עם המורים, מצביע על החיוניות של המושגים. למה, אם כן, אין להקנותם לתלמידים? רשימת המינוחים החשובים הנדרשת בתכנית היא:

מונה, מכנה, קו-שבר, מיליון, מספר עוקב, מספר קודם, מספר ראשוני, מספר פריק.

(עמוד 94)

בולטים בהעדרם: **שבר אמיתי, שבר מדומה.**
מונחים אלה מקפלים בתוכם עולם שלם של חשיבה.

ביטול מושגים פוגע בחשיבה

ביסודו של דבר, הדחף לתקשורת בין בני האדם הוא שהניב מושגים. עם התפתחות השפה האנושית התעשר עולם המושגים. ככל שעולם המושגים שלנו עשיר יותר, כך חשיבתנו עשירה יותר.

קליטתו של כל מושג אפילו מוחשי ופשוט כמו 'שולחן' מחייב עיבוד וקליטה. אנחנו מזהים שולחן אחד, אחריו שולחן נוסף, אחריו עוד אחד וכך הלאה. השולחנות שהכרנו יכולים להיות בעלי תכונות ושונות, מבחינת החומר שממנו הם עשויים, מבחינת הצבע, מבחינת הגודל, מבחינת צורתם, מבחינת השימוש ועוד. למרות כל ההבדלים ביניהם כולם ייקראו 'שולחן' ויקבלו אותו מינוח כל עוד אנו עוסקים באותו חפץ. המילה 'שולחן' מתייחסת למיכלול של עצמים שהמשותף להם הוא שולחניותם. אם לכל שולחן פרטני היה ניתן שם שמייחד רק אותו, לא היינו מגיעים למונח המייצג את המושג. המונח **תמצת את המשמעות של המושג** כלומר, המונח שניתן למושגים מייצר **חיסכון** על ידי יצירת BYTE אחד קליט למוח המאפשר הבדלה של תופעה משאר התופעות בעולם. יש מושגים **המייצגים עולמות שלמים** ומורכבים המובדלים ממושגים אחרים באותן תכונות המאפיינות אותם ורק אותם. יש גם מושגים שאוצרים בקרבם ניחוחות של תרבויות שלמות, כמו: 'אחריות הדדית', או 'שנאת חינם', די להזכירם כדי לעורר עולם שלם של אסוציאציות תרבותיות והסטוריות.

גם במתמטיקה המונחים חסכוניים ומתמצתים את המהות העיקרית. הם אוצרים בתוכם עולמות מגוונים.

לדוגמה:

המילה **מספר** מייצגת עולם של תופעות מתמטיות:

המספר הטבעי, המספר העשרוני, המספר השלילי, המספר הרציונאלי ועוד. כמו כן המילה **מספר** מבדילה את המספרים מכל היישים המתמטיים האחרים, למשל, מצורות.

דוגמה למינוחים שמשיימים את החלקים המרכיבים את הפעולות האריתמטיות ומתייחסים לכל המספרים שאפשר להציב בהם.

למשל בתרגיל :

$$18 : 3 = 6$$

18 הוא המחולק, 3 הוא המחלק, 6 הוא המנה.

גם בתרגיל: $8 = 7 : 56$ יש מחולק, מחלק ומנה, אך הם שונים מהתרגיל הקודם.

גם בתרגיל: $\frac{2}{3} : \frac{4}{9} = \frac{3}{2}$ יש מחלק ומחולק ומנה, למרות השינוי בסוג המספרים.

החסכנות באמצעות המינוח מחייבת יכולת של פיענות, כלומר, הבנת המשמעות של המונח.

אוריינות מתמטית מושתתת על ההנחה שהבנת המשמעות של המינוחים היא תנאי להבנת הפעולה החשבונית.

אנו מניחים גם שבדרך זו המתמטיקה תומכת בהבנת השפה המדוברת, כמו ההבחנה בין 'מחלק' ל'מחולק' המחזקת את ההבחנה השפתית בין מקבל הפעולה – הפסיבי, לבין המבצע אותה - האקטיבי.

המסקנה המתבקשת היא שחיסול מינוחים קיימים פירושו מחיקת עולם שלם של יחסים וכללים, פגיעה בהבחנות ובהבנת המשמעות, חוסר תקשורת תמציתית ויעילה ויצירת חשיבה מעורפלת.

אחד המינוחים החשובים ביותר להבנת השבר הפשוט

הוא

השבר המדומה

הוא מאפשר הבחנה בין תופעות שונות וקישור בין תופעות הנראות רחוקות זו מזו. ביטול המינוח הזה גרר בלבול מוחלט בתכנית הלימודים, עד כדי סתירה פנימית.

חשיבותו מודגשת במשפט המופיע בתכנית הלימודים שהוזכרה לעיל:

"מיון שברים לשלוש קבוצות (גדולים מ-1, קטנים מ-1 ושווים ל-1);"

(עמ' 94)

אם מיון כזה חשוב, מדוע איננו משיימים כל קבוצה כזו, כנהוג במרבית העולם התרבותי?

שבר הקטן מ-1 נקרא בעברית שבר אמיתי; (PROPER FRACTION)

שבר הגדול מ – 1 או שווה לו נקרא בעברית **שבר מדומה**; (IMPROPER)
(FRACTION)

מיון כזה גורר בהכרח את הצורך במינוח **מספר מעורב** (MIXED FRACTION).
התוצאה מביטול המינוח **שבר מדומה**, היא ביטול המינוחים: **שבר אמיתי ומספר מעורב**, התעלמות מסוגי מספרים שונים ומהקשרים הלוגיים-מתמטיים ביניהם ובין פעולות החשבון.
למשל, לראות שהפיכת שבר מדומה למספר מעורב אינה אלא **פעולת חילוק עם שארית**.

המרת המינוח הקולע '**שבר מדומה**' במשפט '**שבר הגדול מ – 1 או שווה לו**', פוגעת בתרומה החשובה של המינוחים, הממירים משפט שלם במינוח קולע אחד. כך נפגע היתרון הגדול של המושגים: החיסכון.

העובדה שביטול מונח אחד גורר בהכרח ביטולם של מונחים נוספים חושפת את הנזק השפתי העצום שנגרם על ידי ביטול אותו מונח. למעשה ניטלות מהלומד כל ההבחנות הנדרשות להבנה מתמטית.
מן הראוי לציין שהמינוח **שבר מדומה** בעברית מוצלח יותר מהמינוחים בשפות אחרות.

באנגלית ובגרמנית תרגום המינוח הוא: שבר לא תקין. בסינית פירושו: שבר מזויף. בעברית השם מרמז על כך ש**נדמה** שהוא שבר אמיתי, אבל למעשה מתחבא בו **שלם**. אם מסלקים את המושג **שבר מדומה** מספרי הלימוד פוגעים קשות בכל הבסיס המתמטי-שפתי. ביטול המונח הזה מערער את האוריינות המתמטית ומקרקע את החינוך המתמטי היסודי בכל הקשור לשברים פשוטים ושברים אלגבריים.

הקניית מושג השבר הפשוט קשורה בהבנת מושג השלם. השבר נקבע ביחס **לשלם**, כי הוא חלק ממנו. זהו **השבר האמיתי**.

חשיבותו של **השבר המדומה** היא גם בקשר שלו לחילוק עם שארית, שהוא בשפה מתמטית של השברים: הפיכת **שבר מדומה למספר מעורב**.

אם נשתמש בביטוי המלא ולא במינוח המקוצר (כפי שיש מי שמחייב את מערכת החינוך לנהוג) ונבטל את השימוש במינוחים הנדרשים, הרי שאת המשפט:

" הפיכת שבר מדומה למספר מעורב",

נאלץ לומר בניסוח המפותל:

"הפיכת שבר הגדול מ – 1 או שווה לו למספר שיש בו גם שלמים וגם שברים קטנים

מ – 1.1"

האינפורמציה הכבדה הזאת מסרבלת את הקליטה שלא לצורך (השוו את אורך המשפטים).

שוללי המושג **שבר מדומה** שוללים הבחנה נוספת, הנובעת אף היא משלילת אותו מושג בסיסי.

הם מתנגדים להבחנה בין **מספר עשרוני לשבר העשרוני**.

בודקי משרד החינוך שהלכו בעקביות אחרי שלילת השימוש במושג **שבר מדומה**, דרשו למחוק מספרי הלימוד את המינוח **שבר עשרוני**.

הבלבול שלהם כה גדול עד שבתכנית הממלכתית מופיעים 'שברים עשרוניים' (עמ' 97 בתכנית הלימודים הממלכתית) אבל ההוראה לכותבי ספרי הלימוד היא לסלק מספרי הלימוד.

בלבול זה נובע מהצורך הטבעי להשתמש במונח 'שבר עשרוני' לצורכי תקשורת עם המורים כדי להבדילו מהמספר העשרוני השלם ומהשבר הפשוט.

ההתעלמות מהצורך הזה ביחס לתלמידים, תיצור בהכרח אי הבנה בתועלת של המעבר משבר מדומה למספר מעורב, משבר פשוט לשבר עשרוני ולהיפך.

מאחר שבספרי הלימוד נדרשנו לקרוא לכל אלה 'מספרים' הרי תרמנו בהכרח לאי הבנת הצורך במעבר ביניהם ולאי בהירות לשונית-לוגית-מתמטית.

אם $0.7, \frac{7}{10}, 7\frac{8}{9}, 8.49, \frac{15}{5}$ כולם 'מספרים', כפי שאנשי משרד החינוך הישראלי דרשו,

איזה צידוק יש בכתיבות השונות? מה מבדיל אותם זה מזה?

פנתה אלי אם של ילדה הלומדת בכיתה ו' לפי הדרישות של משרד החינוך שעמד על כך שיש לסלק מהספרים את המינוח **שבר עשרוני**. יתר על כן, המשרד התנה את

מתן האישור לספר במחיקתו ובמחיקת המינוחים הקשורים אליו, כמו **שבר מדומה**.

הילדה מצטיינת בלימודיה, עסקה בחילוק במספרים עשרוניים. היא לא הבינה כיצד ניתן לחלק 3 ל-5 בשיטה העשרונית בחילוק הארוך ולמה עושים זאת באופן שזה

נעשה. היא שאלה: "איך אפשר לחלק מספר במספר גדול ממנו?"

האם הזכירה לה שכבר בעבר למדה שאפשר לחלק מספר במספר גדול ממנו. הילדה אמרה:

"אבל שם זה שבר וכאן זה מספר עשרוני."

ברגע שאמרו לה שזה **שבר עשרוני**, אורו עיניה ומייד הובהרה לה כל המשמעות של הנקודה העשרונית. היא אמרה:

"אז למה לא אמרו לי שזה שבר שכותבים אותו לפי השיטה העשרונית?"

ביטול מונחים גורר טעויות מתמטיות בעתיד. אם נלמד לפי ההנחיות של משרד החינוך, כיצד נקרא **לשבר עשרוני אין סופי**? לפי הנחיות משרד החינוך נקרא לו **מספר עשרוני אינסופי**, כפי שנדרשנו לעשות? והרי זו טעות ממדרגה ראשונה. יש הבדל גדול בין שבר עשרוני אינסופי ההולך ומתכנס, לבין מספר עשרוני אינסופי ההולך ומתבדר. כאשר מחליטים על ביטול מינוח מתמטי הרווח בעולם התרבותי יש לתת את הדעת על מה שמשמע מכך.

חטיבת הביניים

הקו של ביטול מושגים ממשיך גם לחטיבת הביניים.

דוגמה אחת מתכנית הלימודים החדשה שהוצעה השנה

בה הוגדר החותך של שני ישרים מקבילים כישר הניצב להם. הגדרה זו מבטלת את ההבחנה בין זוויות מתחלפות, מתאימות וחד-צדדיות בין מקבילים. כך מכשילים את התלמידים, כי נשמט הבסיס של ההבנה לגבי הקשרים בין זוויות המרובעים והמצולעים למיניהם.

לדוגמה, סכום הזוויות הסמוכות בטרפז, שאינן על אותו בסיס הוא 180° , משום שהן חד-צדדיות. אם המושג 'זוויות חד-צדדיות בין מקבילים' נכחד בשל הגדרה מצמצמת של החותך, כיצד יידעו התלמידים מדוע הסכום הזה ראוי בכלל להתייחסות כלשהי?

הכישלון של הגישה האנטי אוריינית

תמוה בעיני, כיצד לאחר כל כשלונותינו המוכחים עדיין לא הבינו במשרד החינוך הישראלי שאין לחפש פתרונות לבעיותנו בשיטת החקר הקופצנית והמתחכמת אלא בבנייה מושגית שיטתית. בלי שפה מתמטית מדויקת לא נחלץ מבעיותנו. במקום לעסוק בביטול מושגים ובסילוקם מספרי הלימוד, מוטב שיעמדו על הצורך בהעמקת ההקנייה השיטתית של המונחים המתמטיים ומשמעותם. למען עתידנו המדעי, יש להחזיר את כל המושגים שמנתי לעיל לתכנית הלימודים ולספרי הלימוד!

דצמבר 2008